

Assimilation de données derrière un profil bidimensionnel

H. HADJ-AMAR ET O. WILK

Institut AéroTechnique / C.N.A.M.

15 rue Marat - 78210 SAINT-CYR L'ECOLE

Tél: 01 30 45 86 19, Fax: 01 30 45 86 10, Email: wilk@iat.cnam.fr

Résumé

L'objet de ce papier est de présenter une méthode d'exploitation d'observations expérimentales. La méthode proposée s'attache à exploiter un nombre limité de mesures expérimentales associées à un modèle numérique de fluide. On recherche la solution numérique la plus proche des grandeurs expérimentales. On vérifie qu'il est possible de trouver une solution correcte malgré un niveau de perturbation important sur l'observation.

Notations

φ	potentiel	\vec{V}_∞	vitesse à l'infini
ϕ	potentiel ou composante de vitesse	\vec{n}	normale de bord
ϕ_D	observation	g	flux recherché à la paroi
Ω	domaine de calcul	J^D	fonctionnelle à minimiser
Γ_∞	bord extérieur de Ω		
Γ_B	bord intérieur de Ω		
Γ_D	zône d'observation		

1 Introduction

La finalité de ce travail est d'exploiter des observations expérimentales obtenues autour d'un objet soumis à un écoulement fluide. Ainsi, le problème est constitué de données (les observations expérimentales), d'une description du domaine physique (le domaine du fluide) et d'un modèle fluide.

Les mesures peuvent-être de plusieurs types. Mais pour l'instant, nous nous limitons à des grandeurs proches de celles utilisées par le modèle fluide. Ces données peuvent-être distribuées dans le domaine fluide de différentes manières, soit de manière homogène, soit de manière non homogène. Dans tous les cas, la densité des données est un paramètre.

Dans le cas des données distribuées de manière homogène dans le domaine fluide, “ l’interpolation optimale ”[1] utilisée en particulier en météorologie peut-être un moyen d’obtenir le champ à reconstituer. Dans ce cas, le modèle fluide est fourni sous forme d’un champ pré-déterminé. Pour la technique présentée dans [2], le modèle fluide est donné par une combinaison linéaire du champ admissible discrétisé. L’assimilation variationnelle est un outil qui permet l’utilisation de modèle fluide instationnaire [3].

Dans tous les cas, nous cherchons à minimiser un écart quadratique entre des observations et des grandeurs du modèle fluide. Le paramètre de minimisation peut-être soit directement le champ inconnu, soient des conditions limites (en espace ou en temps).

Le travail présenté dans ce papier est aussi semblable à une projection d’une image discrète (l’observation) sur un espace discret caractérisant le modèle fluide. A un détail près, nous utilisons des données disposées de manière non homogène dans le domaine modélisé. Ainsi, nous voulons limiter les données pour une raison de coût, mais aussi éviter d’observer trop directement le phénomène fluide étudié pour moins le modifier.

Le problème traité est motivé par des travaux effectués par [4]. Ces travaux ont révélé sur un profil expérimental de planeur une bulle placée à l’arrière de l’extrados. Les lignes de courant de l’écoulement se trouvent décalées, elles s’éloignent puis reviennent sur le profil. Il y a décollement et recollement (cf. Figure 1). Elle possède une épaisseur très faible, ce qui rend difficile l’étude expérimentale sans modifier le phénomène. Il existe des phénomènes assez similaires sur d’autres profils.

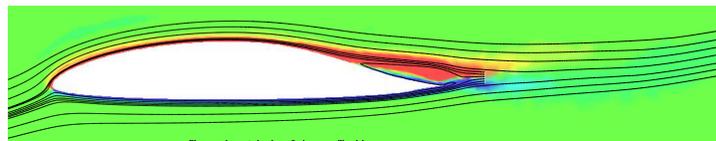


Figure 1 :
résultat obtenu par le code YUPPI de F. Santi (I.A.T./C.N.A.M.)
lignes de courant autour d’un profil expérimental
sur l’écoulement moyenné.

Nous étudions donc une méthode pour déterminer la position et la forme de cette bulle en utilisant des informations contenues dans le sillage de l’écoulement, pour ainsi visualiser une partie de l’écoulement.

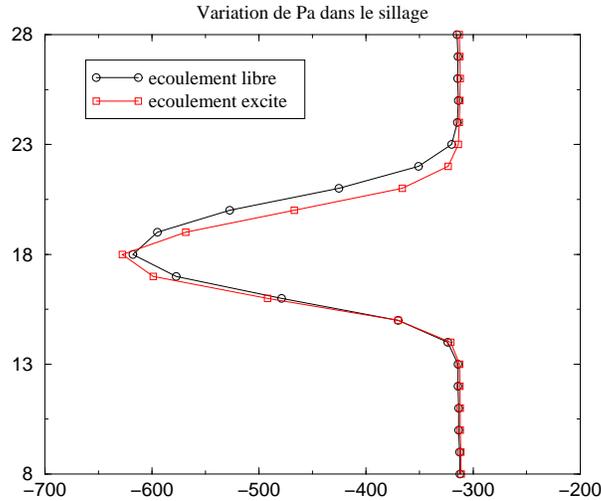


Figure 2 :
résultats expérimentaux [4]
pression d'arrêt dans le sillage du profil.

Nous procédons en décomposant le problème en deux parties. La première (celle développée dans ce papier) consiste à déterminer les conditions limites pour une forme donnée de bulle. La seconde consistera à faire évoluer la forme en fonction de l'information obtenue.

L'application proposée [5] est choisie pour mettre en évidence la robustesse de la résolution lorsque les observations sont perturbées.

2 Le problème

Dans le cadre d'une étude autour d'un profil d'aile, la dimension du problème peut se réduire à deux dans un premier temps. Nous choisissons de ne pas modéliser l'intérieur de la bulle mais cela est compensé par des conditions limites sur la frontière entre la bulle et le reste du domaine fluide. Seul le fluide autour du profil et de la bulle est modélisé. L'écoulement à faible vitesse reste laminaire sauf dans la bulle (cf. Figure 1). Le fluide est considéré comme irrotationnel et incompressible. Étant donnée l'application proposée, nous n'enrichissons pas plus la modélisation.

Le problème s'écrit de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\Delta\varphi = 0 \text{ dans } \Omega \\ \frac{\partial\varphi}{\partial n}|_{\Gamma_\infty} = \vec{V}_\infty \cdot \vec{n} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial n}|_{\Gamma_B} = g \\ \varphi(P) = 0 \text{ (unicité)} \end{array} \right. \quad (1)$$

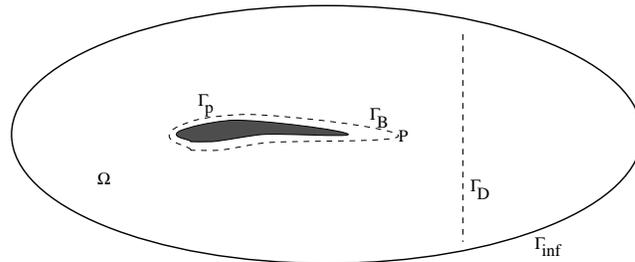


Figure 3:
schéma générique du problème

Il nous reste à utiliser les données expérimentales ϕ_D qui se trouvent dans le sillage, plus exactement sur le segment Γ_D (cf. Figure 3). Notre but est de déterminer la plus petite forme de Γ_B telle que les solutions ϕ du problème (1) soient les plus proches possibles de ϕ_D . Les solutions ϕ peuvent être soit le potentiel φ , soit une composante de la vitesse. Comme nous ne modélisons pas l'intérieur de la bulle, nous devons déterminer les conditions limites g de type Neumann sur Γ_B .

Il faut minimiser une fonctionnelle J^D soumise à une contrainte égalité (le modèle du fluide). Cette fonctionnelle a la forme suivante :

$$J^D(\phi(g), \phi_D) = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_D} \|\phi(g) - \phi_D\|^2 d\Gamma \quad (2)$$

La forme Γ_B est fixée. Nous minimisons J^D par rapport à g . Cette condition limite doit vérifier la condition d'existence $\int_{\Gamma_B} g d\Gamma = 0$.

3 Résolution du problème

Le problème étant linéaire, la fonctionnelle J^D (discrétisée) peut s'écrire :

$$J^D = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \phi_i - (\phi_D - \phi_0) \right)^2 \quad (3)$$

avec m le nombre de points sur le segment Γ_D et p lié à la discrétisation de Γ_B .

La résolution se fait par inversion de la matrice constituée des ϕ_i . Dans ce cas, nous résolvons :

$$[A][\alpha] = [B] + [\delta B]. \quad (4)$$

$[\delta B]$ est la perturbation. Elle est maîtrisée en pourcentage de l'écart maximal sur les données. Pour un système de ce type, l'effet de la perturbation reste trop important. Pour diminuer cet effet, nous utilisons une méthode inspirée de celle suggérée par LEVENBERG(1944) et MARQUARDT(1963). Nous travaillons avec le système suivant :

$$([A]^T[A] + \varepsilon[I])[\alpha] = [A]^T[B] \text{ avec } \varepsilon \geq 0. \quad (5)$$

Ce qui revient à ajouter le terme $\varepsilon \|\alpha\|_{L_2}^2$ à J^D . Mais cette méthode ne donne pas de bons résultats. Nous préférons utiliser la norme $\|\frac{\partial^2 g}{\partial^2 s}\|_{L_2}^2$, au lieu de $\|\alpha\|_{L_2}^2$. Avec cette nouvelle fonctionnelle, les résultats obtenus pour des pourcentage de 10% sont proches des résultats non perturbés (cf. Figures 4 et 6). Pour notre application, Γ_B est une bulle de forme elliptique placée sur l'arrière de l'extrados.

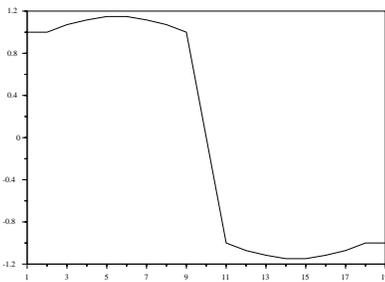


Figure 4 :
g référence, noté g0

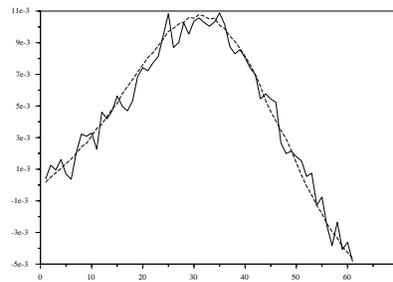


Figure 5 :
B(g0) et B(g0) + delta B
(perturbation de 10%)

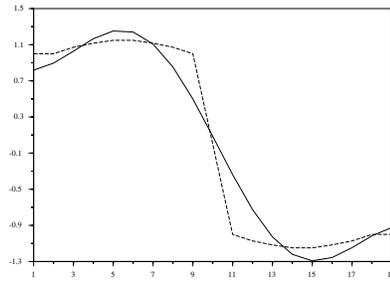


Figure 6 :
g0 et g résultat pour une perturbation de 10%

4 Conclusion

La réussite de cette expérience nous motive pour utiliser cette méthode. Elle est robuste même lorsque les observations sont très perturbées.

Lorsque l'opérateur, reliant des grandeurs d'état du modèle numérique choisi aux pixels d'une image, est connu. Cette méthode peut-être utilisée comme outil d'analyse du phénomène étudié, des informations complémentaires pouvant-être obtenues.

Références

- [1] L.S. Gandin - *Objective analysis of meteorological fields* - Israel Program for Scientific Translations - Jerusalem, p. 242, 1965.
- [2] F. Dubois et O. Wilk - *Filtrage d'une image harmonique* - Congrès national d'analyse numérique, mai 1995.
- [3] F. X. Le Dimet et O. Talagrand - *Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects* - Tellus 38A, p. 97-110, 1986.
- [4] F. Santi, P. Hemon, J. Pietrucha et J. Wojciechowski - *Active and passive control of flow structure interaction* - Progress report, Tempus program, rapport IAT n 2316/A, 1996.
- [5] H. Hadj-Amar - *Assimilation de données derrière un profil bidimensionnel* - Rapport de stage de l'École Centrale de Paris, 1998.