

SUJET UE MVA 911 : Test n°2

Mise à niveau en mathématiques (1) : les premiers outils de l'algèbre et de la géométrie

Année universitaire 2021-2022

Examen 1ère session : 29/01/2022 (avant 12h)

Responsable : *TOUZÉ RODOLPHE*

Durée : 4 heures max (conseillées)
à remettre par courriel avant samedi 29/01/2022 (12h)
à rodolphe.touze@lecnam.net

Tous documents autorisés
(notes de cours et d'ED ainsi que les livres de référence)
Calculatrice autorisée

**Les téléphones mobiles et autres équipements communicants
doivent être éteints et rangés dans les sacs
pendant toute la durée de l'épreuve.**

Sujet de 4 pages, celle-ci comprise.

MVA911 - Test n°2

Important : Remplissez l'en-tête de toutes vos pages selon le modèle suivant :

MVA911

Test n°2

Votre nom et prénom : ...

Votre n° de carte CNAM : ...

Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)

Nom de l'enseignant : R. Touzé

Exercice 1

Fraction, racine carrée, identité remarquable, PGCD et ensembles

- 1) Simplifier $A = (3 - 2\sqrt{5})^2 - (3 + 2\sqrt{5})^2$
- 2) Simplifier $B = 7\sqrt{600} - 8\sqrt{54} + 3\sqrt{6}$
- 3) Mettre sous forme de fraction irréductible $C = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5})^2$
- 4) À quels ensembles appartiennent respectivement A, B et C ?
- 5) Calculer PGCD (D ; E) avec D = 68000 et E = 9800
- 6) Donner la fraction irréductible associée à D/E ainsi que l'ensemble auquel appartient ce nombre.

Exercice 2

Résolution d'équations et d'inéquations

- 1) $(x^2 - 49) - (3x + 1)(x + 7) = 0$
- 2) $144 - (x + 12)^2 = 0$
- 3) $(x - 4)(-x + 2)(x - 3)(x^2 - 16) > 0$

Exercice 3

Valeurs absolues

Soit la fonction f définie pour tout x réel par :

$$f(x) = 3\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 4\sqrt{x^2 + 8x + 16}$$

- 1) Exprimer f(x) à l'aide de valeurs absolues.
- 2) Exprimer f(x), en fonction de x, sans valeurs absolues.

Exercice 4

Etude de fonctions économiques

Soit des articles vendus 4 € l'unité. Les coûts fixes s'élèvent à 2 € et les coûts variables sont donnés par la fonction $C_v(x) = -x^2 + 3x$.

Exprimez les recettes R(x), les coûts totaux C(x) et les bénéfices B(x) en fonction de la quantité d'articles vendus notée x.

Tracez la courbe représentative de la fonction Bénéfices B.

Résoudre graphiquement et analytiquement $B(x) > 0$.

Exercice 5

Soit le système (Σ) :

$$(\Sigma) : \begin{cases} x + y + 2z = -3 \\ 3x + 2y + z = 4 \\ 2x - 5y - z = -5 \end{cases}$$

Résoudre le système (Σ).

Exercice 6

Exprimer $\cos(3\theta)$ et $\sin(5\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.

Exercice 7

$$\text{Résoudre dans } \mathbb{R}, \cos(\theta) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Exercice 8

Convertir dans la base demandée.

- 1°) Convertir 697 en base binaire.
- 2°) Convertir 697 en base octale.
- 3°) Convertir 697 en base hexadécimale.
- 4°) Convertir 5F2DA (donné en base hexadécimale) en base binaire.
- 5°) Convertir 5F2DA (donné en base hexadécimale) en base octale.
- 6°) Convertir 5F2DA (donné en base hexadécimale) en base décimale.
- 7°) Convertir 57231 (donné en base octale) en base décimale.

Exercice 9

Equations de droites

1. Donner les équations paramétriques de la droite (AB) passant par les points A (-2 ; -3) et B (3 ; 1) dans un repère orthonormé direct (O ; i ; j).
2. Donner une équation cartésienne de la droite (AB).
3. Donner l'équation réduite de la droite (AB)
4. Donner une équation cartésienne de la médiatrice du segment [AB].

Exercice 10

Equations de plans et de droites

1. Donner les équations paramétriques du plan (ABC) passant par les points A (1 ; 2 ; 0), B (-2 ; 3 ; 1) et C (0 ; 3 ; -2) dans un repère orthonormé direct (O ; i ; j ; k).
2. Donner une équation cartésienne du plan (ABC).
3. Soit le plan (\mathcal{P}) déterminé par son équation cartésienne dans le repère orthonormé direct (O ; i ; j ; k) : $x + 2y - z + 4 = 0$
Caractériser l'intersection des plans (\mathcal{P}) et (ABC), équations cartésiennes puis équations paramétriques.

Exercice 11

Equations de cercle

Donner l'équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}) de diamètre $[AB]$ avec
 $A(-2; 3)$, $B(3; -2)$ ainsi que ses éléments caractéristiques (centre et rayon) dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Exercice 12

Systèmes d'équations et d'inéquations

1. Résoudre le système d'équations linéaires à deux inconnues suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3y = 4 \\ -3x + 2y = -5 \end{array} \right.$$

2. Résoudre graphiquement le système d'inéquations linéaires à deux inconnues suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3y \leq 4 \\ -3x + 2y > 5 \end{array} \right.$$

Exercice 13

Polynômes et tableau de signes

- 1- Résoudre $P(x) = 0$ avec $P(x) = 8x^4 + 14x^3 - 69x^2 + 14x + 8$
2- Résoudre $f(x) \geq 0$ avec :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{8x^4 + 14x^3 - 69x^2 + 14x + 8}$$
