

SUJET UE MVA 911 : Test n°2

**Mise à niveau en mathématiques (1) :
les premiers outils de l'algèbre et de la géométrie**

Année universitaire 2021-2022

Examen 1ère session : 29/01/2022 (avant 12h)

Responsable : *TOUZÉ RODOLPHE*

Durée : 4 heures max (conseillées)
à remettre par courriel avant samedi 29/01/2022 (12h)
à rodolphe.touze@lecnam.net

Tous documents autorisés
(notes de cours et d'ED ainsi que les livres de référence)
Calculatrice autorisée

**Les téléphones mobiles et autres équipements communicants
doivent être éteints et rangés dans les sacs
pendant toute la durée de l'épreuve.**

Sujet de 4 pages, celle-ci comprise.

MVA911 - Test n°2

Important : Remplissez l'en-tête de toutes vos pages selon le modèle suivant :

MVA911	Test n°2
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ...
Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant : R. Touzé

Exercice 1

Fraction, racine carrée, identité remarquable, PGCD et ensembles

- 1) Simplifier $A = (3 - 2\sqrt{5})^2 - (3 + 2\sqrt{5})^2$
- 2) Simplifier $B = 7\sqrt{600} - 8\sqrt{54} + 3\sqrt{6}$
- 3) Mettre sous forme de fraction irréductible $C = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5})^2$
- 4) À quels ensembles appartiennent respectivement A, B et C ?
- 5) Calculer PGCD (D ; E) avec $D = 68000$ et $E = 9800$
- 6) Donner la fraction irréductible associée à D/E ainsi que l'ensemble auquel appartient ce nombre.

Exercice 2

Résolution d'équations et d'inéquations

- 1) $(x^2 - 49) - (3x + 1)(x + 7) = 0$
- 2) $144 - (x + 12)^2 = 0$
- 3) $(x - 4)(-x + 2)(x - 3)(x^2 - 16) > 0$

Exercice 3

Valeurs absolues

Soit la fonction f définie pour tout x réel par :

$$f(x) = 3\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 4\sqrt{x^2 + 8x + 16}$$

- 1) Exprimer $f(x)$ à l'aide de valeurs absolues.
- 2) Exprimer $f(x)$, en fonction de x , sans valeurs absolues.

Exercice 4

Etude de fonctions économiques

Soit des articles vendus 4 € l'unité. Les coûts fixes s'élèvent à 2 € et les coûts variables sont donnés par la fonction $C_v(x) = -x^2 + 3x$.

Exprimez les recettes $R(x)$, les coûts totaux $C(x)$ et les bénéfices $B(x)$ en fonction de la quantité d'articles vendus notée x .

Tracez la courbe représentative de la fonction Bénéfices B .

Résoudre graphiquement et analytiquement $B(x) > 0$.

Exercice 5

Soit le système (Σ) :

$$(\Sigma) : \begin{cases} x + y + 2z = -3 \\ 3x + 2y + z = 4 \\ 2x - 5y - z = -5 \end{cases}$$

Résoudre le système (Σ).

Exercice 6

Exprimer $\cos(3\theta)$ et $\sin(5\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.

Exercice 7

Résoudre dans \mathbb{R} , $\cos(\theta) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 8

Convertir dans la base demandée.

- 1°) Convertir 697 en base binaire.
- 2°) Convertir 697 en base octale.
- 3°) Convertir 697 en base hexadécimale.
- 4°) Convertir 5F2DA (donné en base hexadécimale) en base binaire.
- 5°) Convertir 5F2DA (donné en base hexadécimale) en base octale.
- 6°) Convertir 5F2DA (donné en base hexadécimale) en base décimale.
- 7°) Convertir 57231 (donné en base octale) en base décimale.

Exercice 9

Equations de droites

1. Donner les équations paramétriques de la droite (AB) passant par les points $A(-2; -3)$ et $B(3; 1)$ dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
2. Donner une équation cartésienne de la droite (AB).
3. Donner l'équation réduite de la droite (AB)
4. Donner une équation cartésienne de la médiatrice du segment [AB].

Exercice 10

Equations de plans et de droites

1. Donner les équations paramétriques du plan (ABC) passant par les points $A(1; 2; 0)$, $B(-2; 3; 1)$ et $C(0; 3; -2)$ dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
2. Donner une équation cartésienne du plan (ABC).
3. Soit le plan (\mathcal{P}) déterminé par son équation cartésienne dans le repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$: $x + 2y - z + 4 = 0$
Caractériser l'intersection des plans (\mathcal{P}) et (ABC), équations cartésiennes puis équations paramétriques.

Exercice 11

Equations de cercle

Donner l'équation cartésienne du cercle (C) de diamètre [AB] avec

$A(-2; 3)$, $B(3; -2)$ ainsi que ses éléments caractéristiques (centre et rayon) dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Exercice 12

Systèmes d'équations et d'inéquations

1. Résoudre le système d'équations linéaires à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ -3x + 2y = -5 \end{cases}$$

2. Résoudre graphiquement le système d'inéquations linéaires à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} x - 3y \leq 4 \\ -3x + 2y > 5 \end{cases}$$

Exercice 13

Polynômes et tableau de signes

1- Résoudre $P(x) = 0$ avec $P(x) = 8x^4 + 14x^3 - 69x^2 + 14x + 8$

2- Résoudre $f(x) \geq 0$ avec :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{8x^4 + 14x^3 - 69x^2 + 14x + 8}$$

★★★★★