

10/10/2019

Feuille 2**Exercice 1.**

On considère la suite (u_n) définie par : $u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n+1}$ avec $u_0 = 1$.

- 1) Calculer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4 .
- 2) Démontrer que pour tout entier naturel n : $u_n > 0$ et $u_n \leq 1$.
- 3) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire sa nature (convergente ou divergente).
- 4) On définit une nouvelle suite (v_n) en posant $v_n = \frac{1}{u_n}$.

Exprimer la récurrence liant v_{n+1} à v_n . De quel type est la suite (v_n) ?

En déduire une expression du terme général de la suite (v_n) en fonction de n puis du terme général de la suite (u_n) .

Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

- 5) Montrer que pour $n > 0$: $u_n \geq \frac{1}{4n}$.

Exercice 2.

Soient les suites (u_n) et (v_n) définie par :

$$\begin{cases} u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!} \\ v_n = u_n + \frac{1}{n!} \end{cases}$$

- 1) Montrer que ces deux suites sont adjacentes.
- 2) En déduire qu'elles sont convergentes et admettent la même limite.