# Modélisation Statistique de l'Environnement : Réduction par Classifications

Charantonis Anastase Alexandre

Post-doc sous Fouad Badran

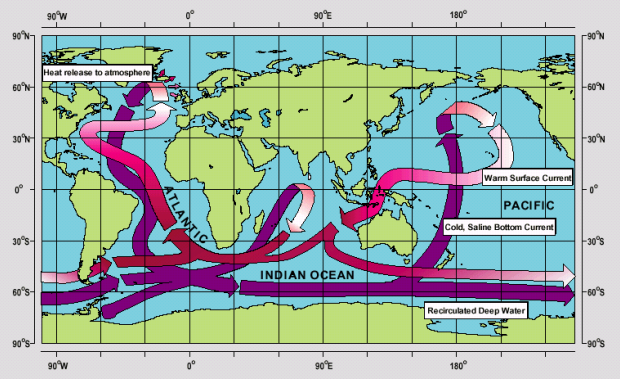
Equipe Méthodes Statistiques de Data Mining et Apprentissage

Paris, 11-6-2015

- ***Introduction***
- *La Méthodologie Statistique*
- *Applications*
- *Complétion de données*
- *Conclusions - Perspectives*

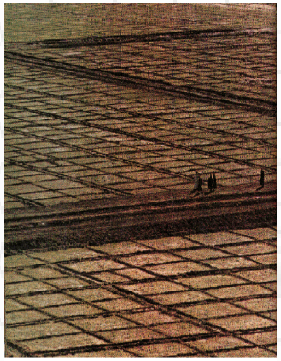
# INTRODUCTION
# Modélisation de l'environnement

L'environnement est un ***système complexe***. Essayer de bien comprendre les choses est un réflexe induit par la curiosité humaine, mais bien comprendre notre environnement est crucial car cela permet ***d'anticiper*** son évolution future.




Une meilleure compréhension induit une meilleure capacité de prédire les répercussions de nos actions, et peut-amener une amélioration du niveau de vie.

# INTRODUCTION
## Modélisation de l'environnement



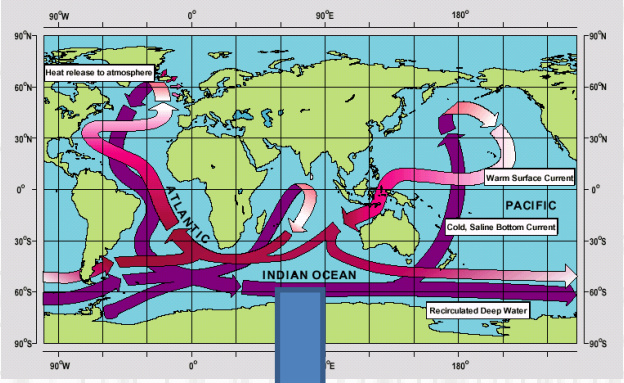
Egyptian field, from Ancient Egypt, page 48 (see references).

Etudes de l'environnement existent depuis l'antiquité. Nous n'avons commencé à archiver de façon précise des données environnementales que depuis "récemment" ( 200 ans de données de qualité croissante).

Que faire de ces données?

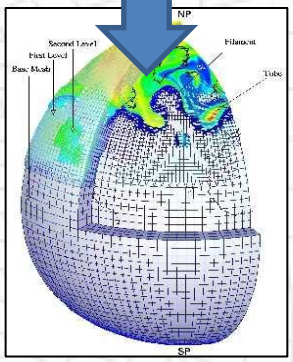
# INTRODUCTION
# Modélisation de l'environnement

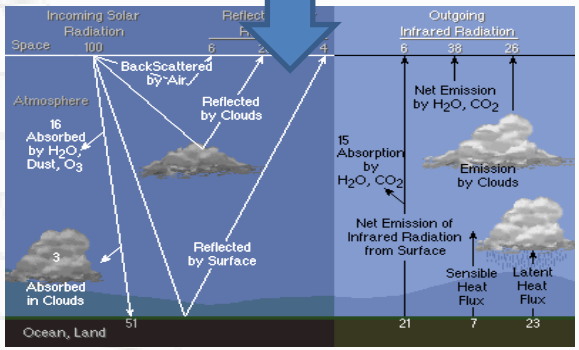
Premier instinct: identifier les lois du système.




$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \nabla\cdot\mathbf{T} + \mathbf{f}$$

*(Navier-Stokes)*

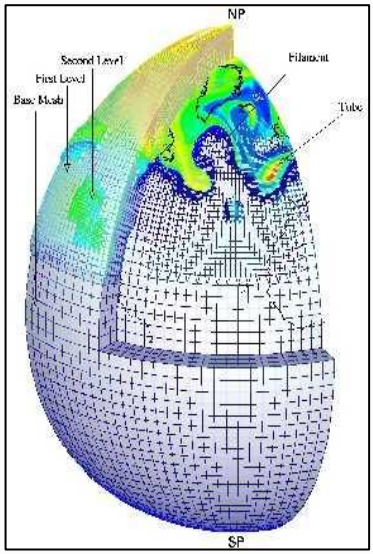



Pourtant, la ***haute complexité*** et la ***non-linéarité*** du système impliquent que, bien qu'on puisse le reproduire en se basant sur des systèmes d'équations différentielles, de ***faibles variations*** des valeurs initiales peuvent induire des évolutions ***fortement divergentes***.

# INTRODUCTION
# Modélisation de l'environnement

***Modélisation numérique de l'environnement:***




Nécessite:

- Connaissance explicite des équations qui régissent son fonctionnement.
- Ressources informatiques fortes.
- Paramétrisation et initialisation très fines du modèle.

Fournit:

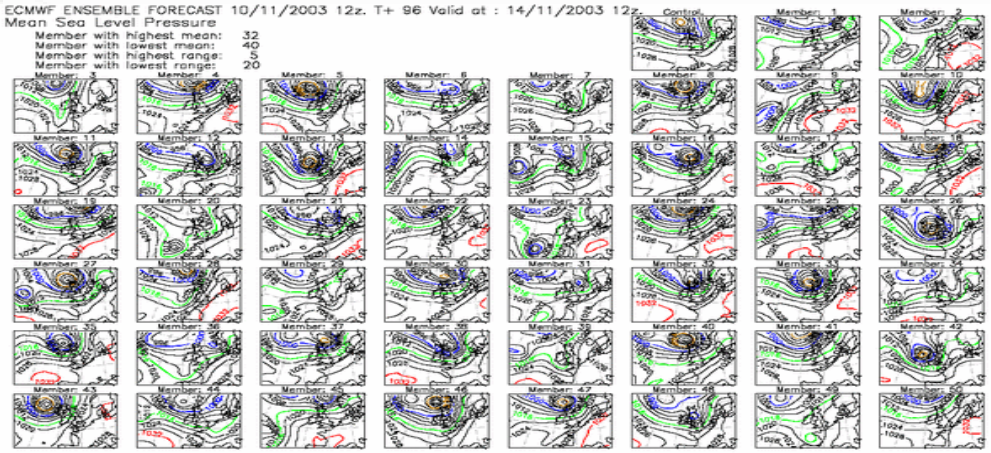
- Prévision de l'évolution temporelle du système.

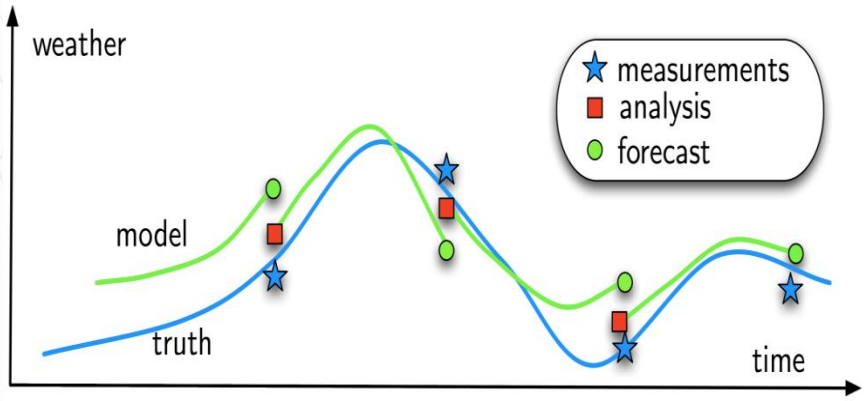
<u>Faibles variations des valeurs initiales induisent des évolutions divergentes.</u>

# INTRODUCTION
# Modélisation de l'environnement

***Prévision d'ensembles:***

Des conditions initiales légèrement perturbées génèrent un groupe d'évolutions possibles du système.

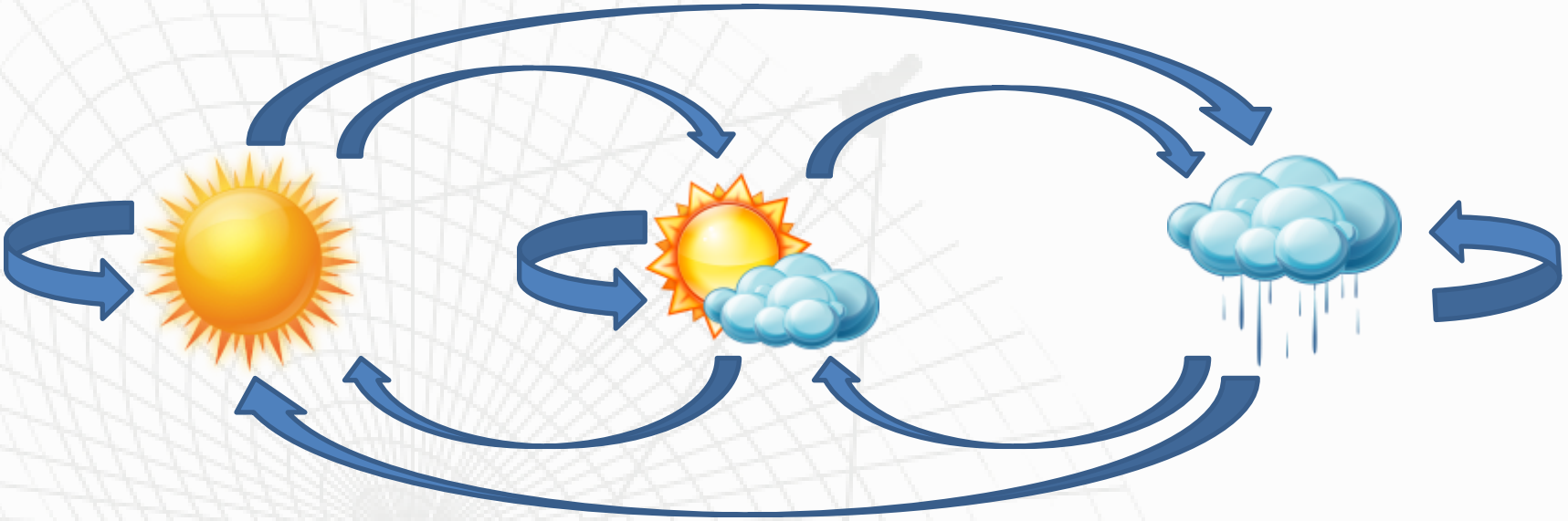



***Assimilation des données:***

Modification des paramètres et/ou des conditions initiales d'un modèle numérique pour mieux coller aux observations du système, tout en prenant en compte les incertitudes du modèle et des données.

# INTRODUCTION
# Classifier l'environnement



Si on a suffisamment de données, on peut réduire un système environnemental en un *ensemble de classes,* chacune représentant une des *situations* possible du système. Chaque situation a une probabilité *d'évoluer* dans le temps en un autre situation. Nous pouvons estimer ces probabilités à partir de séquences de données.

Compromis nécessaire entre la finesse des classes et la qualité des probabilités calculées.

# INTRODUCTION
## Modélisation de l'environnement

PROBLEMES CONCRETS

⬇

MODELISATION STATISTIQUE

⬇

GENERALISATION DE LA METHODE

OCÉANOGRAPHIE

⬇

PROFHMM

(Profile reconstruction through Hidden Markov Models)

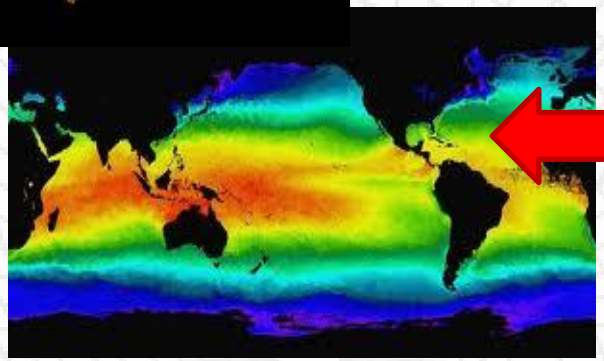
⬇

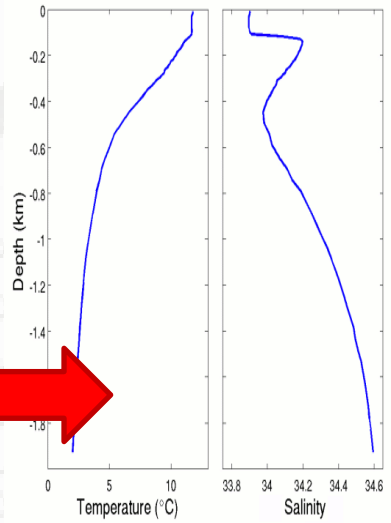
AUTRES APPLICATIONS

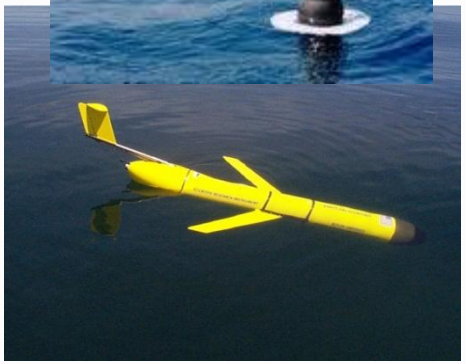
(Météorologie, Climatologie, Hydrologie Comportement Sociaux…)

# INTRODUCTION

## Les observations océaniques





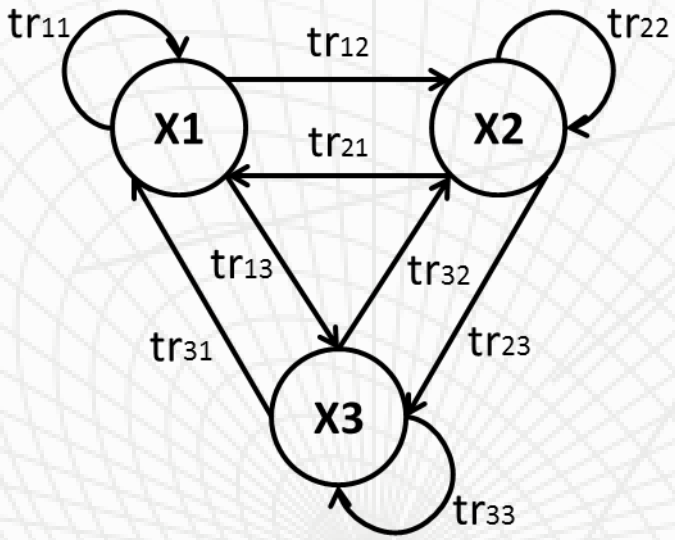
OBSERVATIONS SATELLITE:
Grande couverture spatiale
Grand nombre de variables
Haute fréquence d'images
Observation d'émissions de surface

PROFONDEURS:
Mise en place de mesures in-situ (bouées, gliders, flotteurs, campagnes océanographiques):
Irrégulières en temps et espace
Mise en place difficile.

Images from NASA, Rutger's University, ARGO

- *Introduction*
- ***La Méthodologie Statistique***
  - Modèles de Markov Cachés (HMM)
  - Cartes Topologiques Auto-Organisatrices
  - Algorithme de Viterbi
- *Applications*
- *Complétion de données*
- *Conclusions - Perspectives*

# MODELES DE MARKOV




Chaîne de Markov
à 3 états

Chaque état:

***Probabilité définie de passer à chaque état du système à chaque pas de temps.***

*Propriété de Markov de premier ordre:*

$$P\left(X_{i_t}^{t} \middle| X_{i_{t-1}}^{t-1} X_{i_{t-2}}^{t-2} \dots X_{i_0}^{0}\right) = P\left(X_{i_t}^{t} \middle| X_{i_{t-1}}^{t-1}\right)$$

Et elle est égale à:

$$tr_{i_t, i_{t-1}} = P\left(X_{i_t}^{t} \middle| X_{i_{t-1}}^{t-1}\right)$$

***(Probabilité de transition)***

Connaissance, à tout moment, de l'état du système.

# MARKOV: HYPOTHESES

***Etats discrets:***

On considère un système océanique simplifié représenté par un ***ensemble discret de profils verticaux.***

***Propriété de Markov de premier ordre:***

*Etat de l'océan à **t+1** dépend seulement de l'état à **t**.*

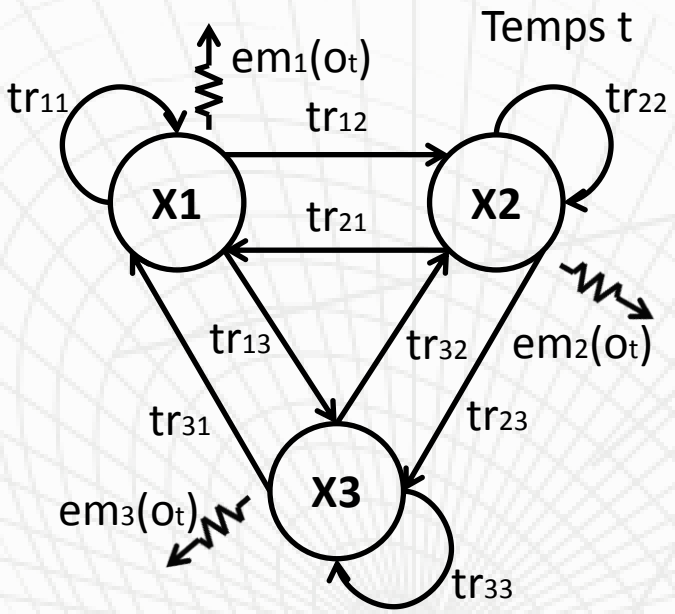
***Les probabilités sont homogènes dans le temps:***

Evolution pluriannuelle lente.

***QUESTIONS:***

1. ***Comment retrouver les profils verticaux à partir des observations de surface?***
2. ***Comment déterminer les états?***

# MODELES DE MARKOV CACHES




Chaîne de Markov
Cachée à 3 états

Probabilités initiales: $\pi_i = P(X_i)$

Etats du système non-observable directement:
Modèle de Markov caché
(Hidden Markov Model)

A chaque pas de temps :

- ***une observation liée au système,***
- ***sa probabilité d'être émise par chacun des états du système***.

$$em_{j_t}(o_t) = P\left(o_t \middle| X_{j_t}^t\right)$$

***(Probabilité d'émission)***

États, *em*, *tr* , $\pi$ & *série d'observations*

Série d'états *cachés* la plus probable d'avoir générée ces observations

2. ***Comment générer les états?***

# CARTES TOPOLOGIQUES AUTO-ORGANISATRICES

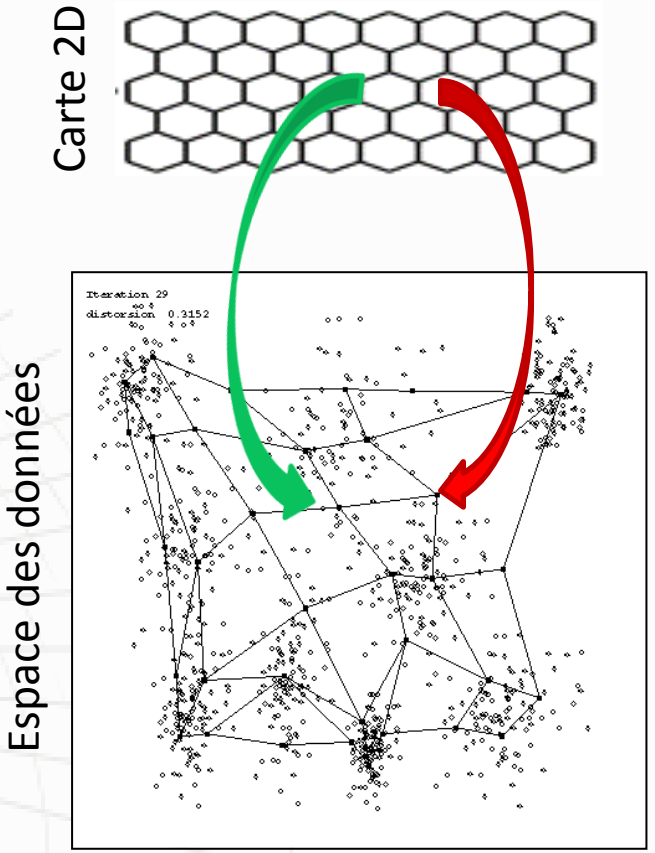
## Méthode de Classification Statistique Neuronale

***Entrées: Données Multidimensionnelles.***

***Sortie:*** ***Projection de ces données de dimension supérieure sur une carte (généralement) 2D.***

*Regroupements en* ***classes*** *représentés par:*

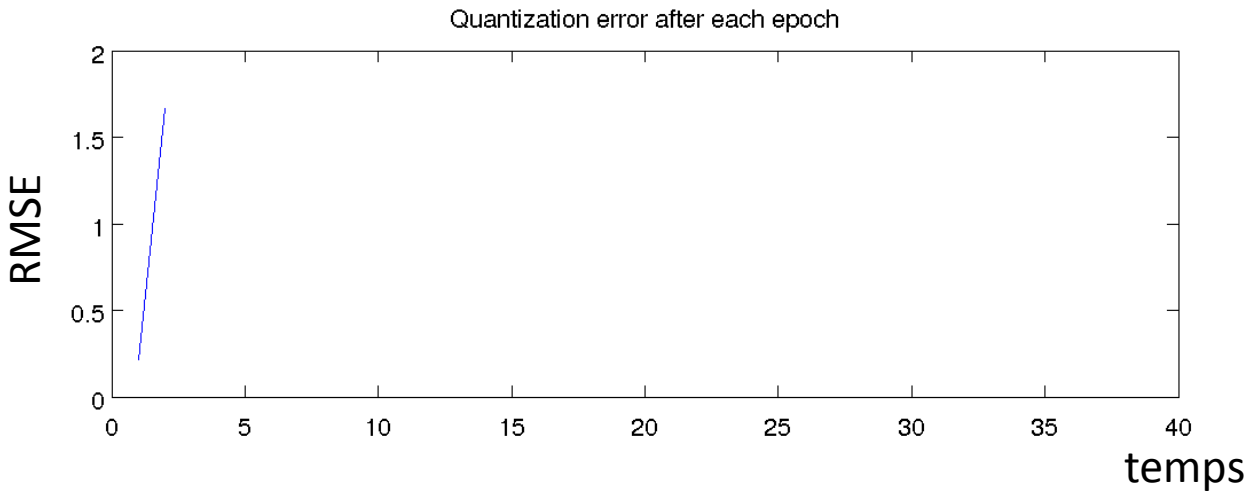
- *un* ***réfèrent*** *dans l'espace des données*
- *un* ***index*** *sur la carte 2D*



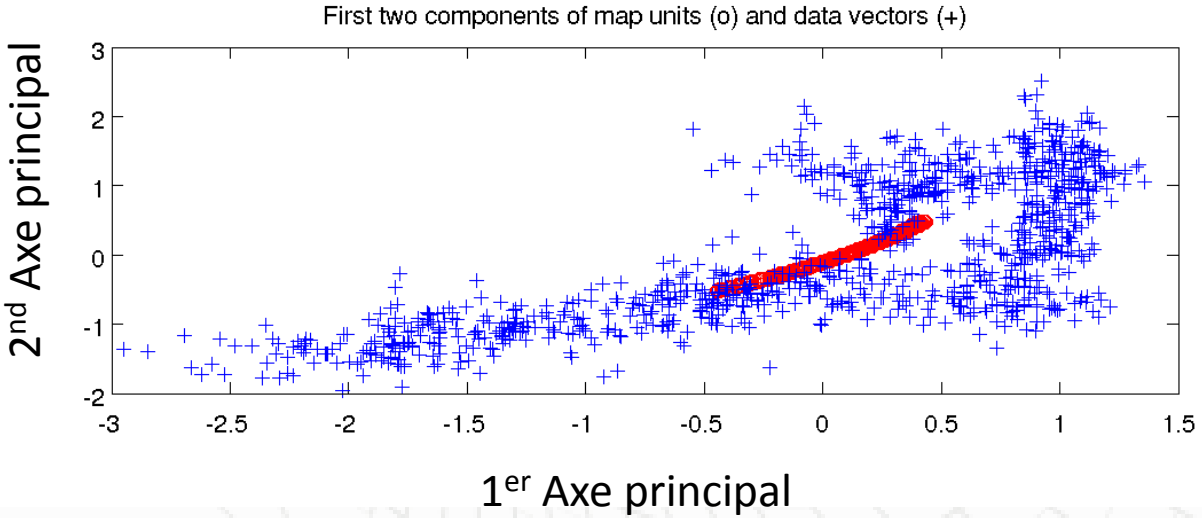

La carte est déterminée après apprentissage à partir de données.

Deux classes voisines sur la carte 2D ⟺ Deux situations proches dans l'espace des données

# CARTES TOPOLOGIQUES: ENTRAINEMENT




Entrainement d'une carte topologique avec 600 états-types, à partir de 1065 vecteurs de dimension 5.

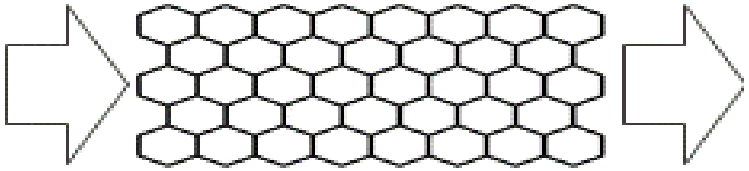



Projections, durant l'entrainement des données et des états types sur le premier plan principal de l'ACP.

# CARTES TOPOLOGIQUES: CLASSIFIACTION ET GENERATEURS

## CLASSIFICATION - DISCRETISATION

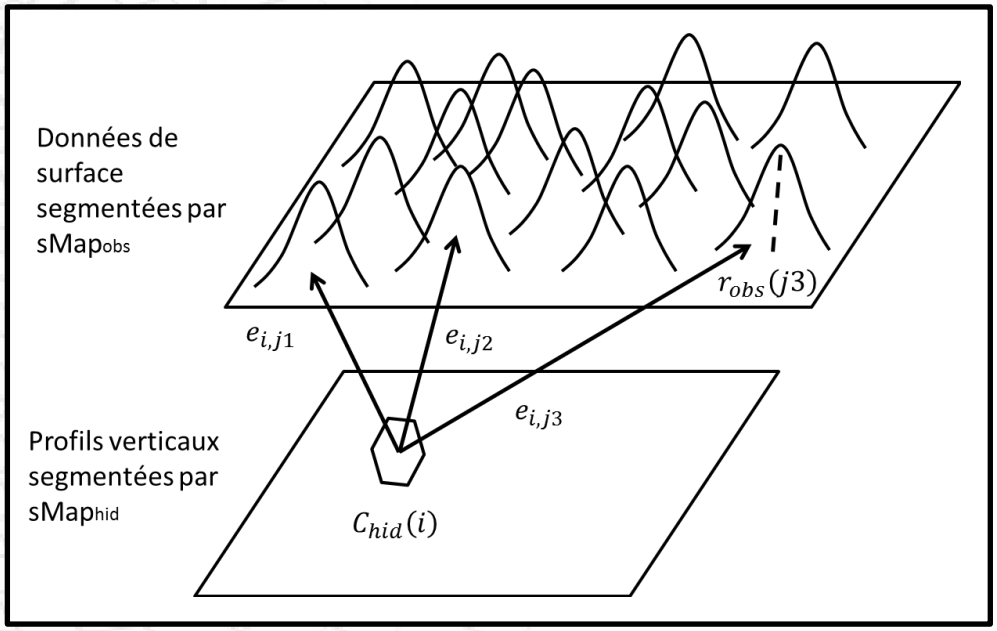
***Vecteur ∈ espace des données***



Carte Topologique

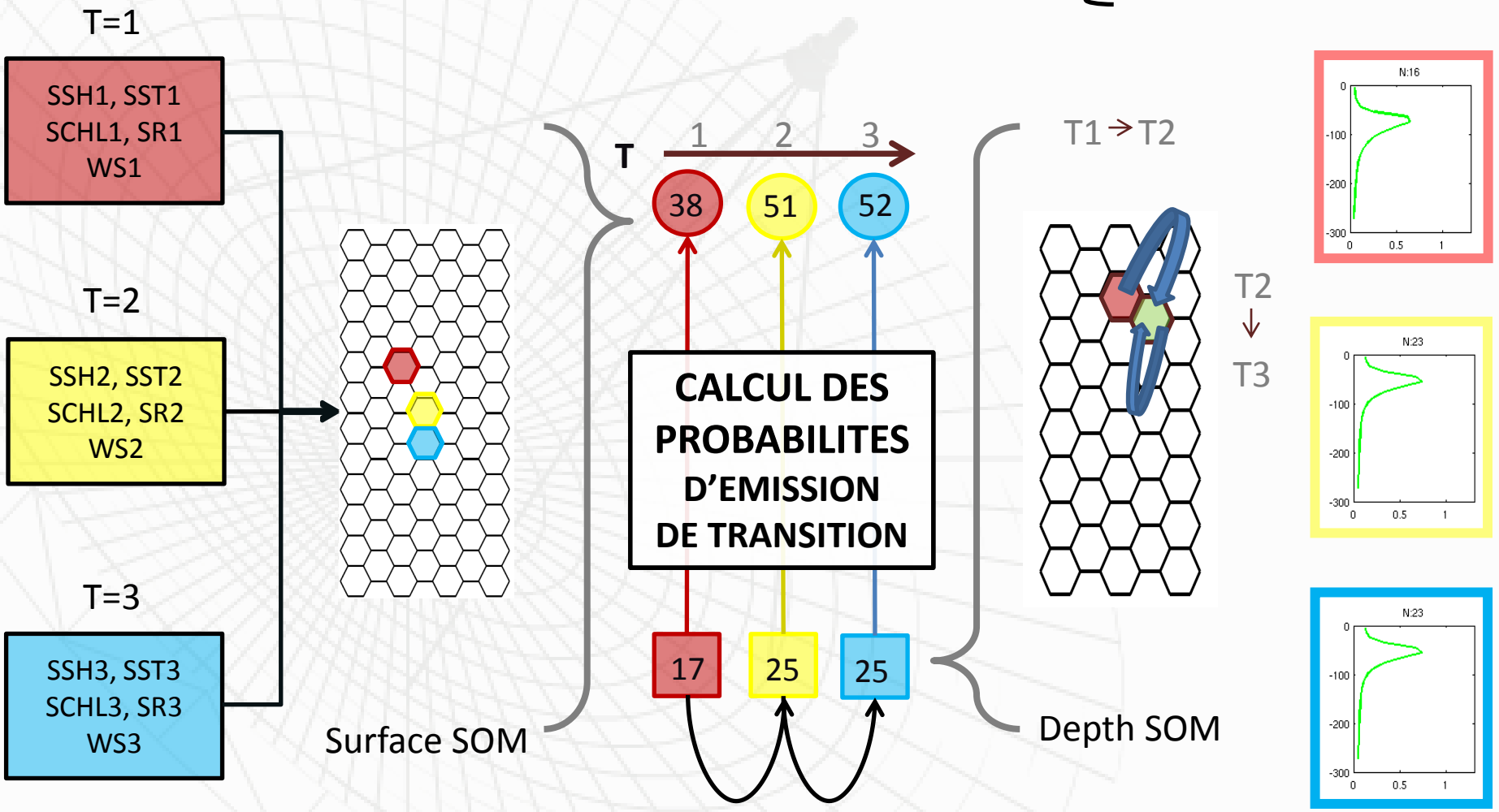
***Index et le référent de la classe qui lui sont affectés***

Cartes Topologiques définissent un générateur probabiliste de données.



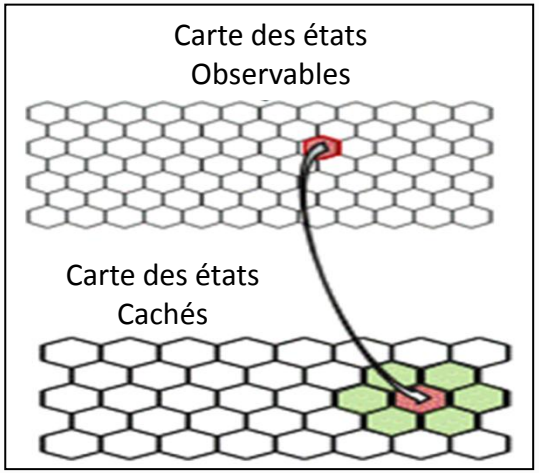
# PROFHMM:
# REDUCTION DU PROBLEME MULTIDIMENSIONEL

Nous obtenons des SERIES D'INDEX { DE SURFACE ; DE PROFONDEUR



# PROFHMM:
# UTILISATION DES PROPRIETES TOPOLOGIQUES

UTILISATION DE LA NOTION DE ***VOISINAGE*** DES CARTES TOPOLOGIQUES ***POUR AMELIORER*** LES PROBABILITES DES HMM




$$Em_{final}(i,j) = \sum_{N_{seq}} \left( \begin{matrix} w_c * \sqrt{L_{seq}} * Em_{B-W_{\text{seq}}}(i,j) + \\ \sum_{k=1}^{N_{hid}} \left( NM_{hid}(j,k) * Em_{B-W_{\text{seq}}}(i,k) \right) \end{matrix} \right) + 1$$

Normalisé pour $\sum_{i=1}^{N_{hid}} e_{i,j} = 1$

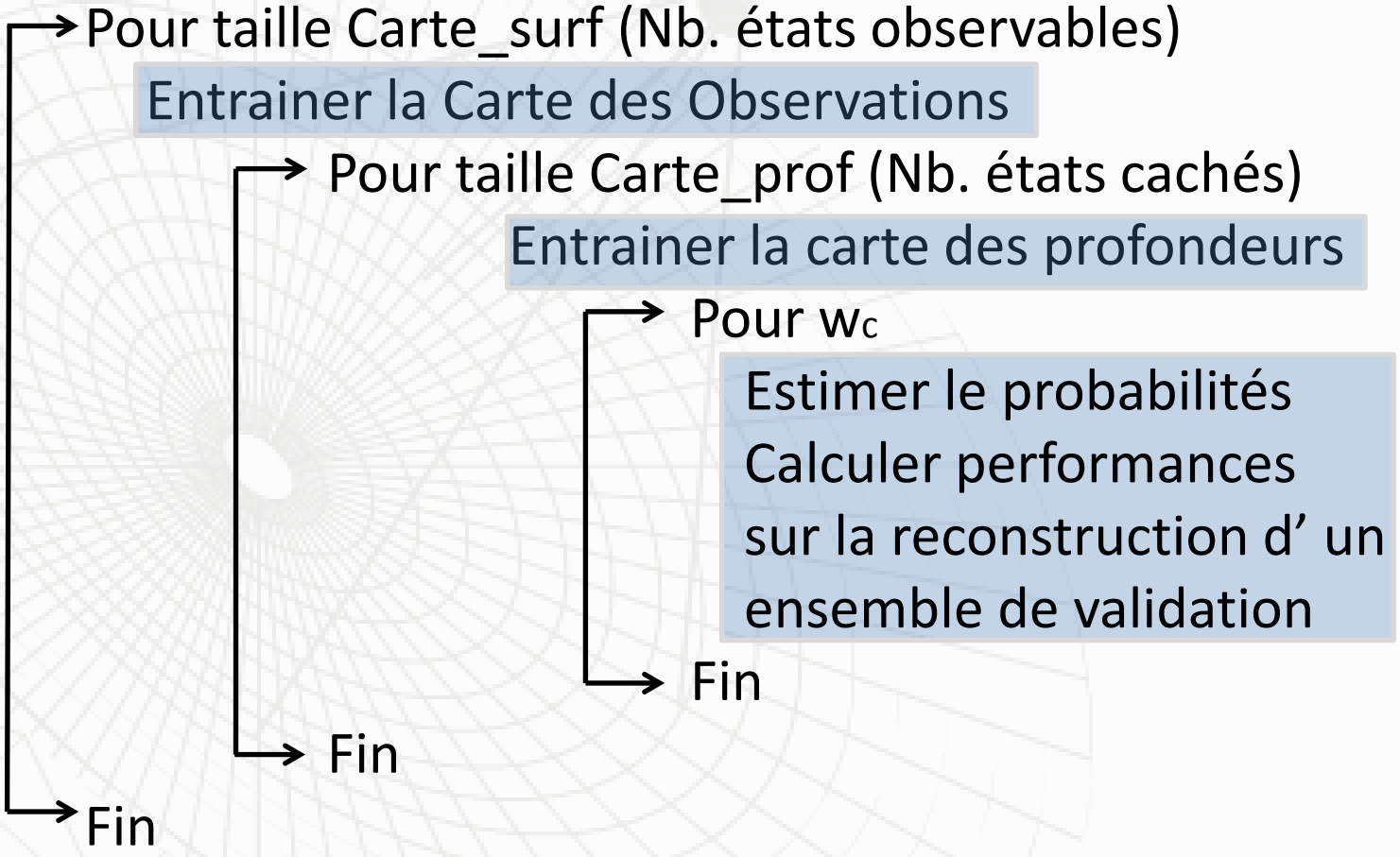
$$Tr_{final}(i,j) = \sum_{N_{seq}} \left( \begin{matrix} w_c * \sqrt{L_{seq}} * Tr_{B-W_{\text{seq}}}(i,j) + \\ \sum_{k=1}^{N_{obs}} \left( NM_{hid}(i,k) * Tr_{B-W_{\text{seq}}}(i,k) \right) \end{matrix} \right) + 1$$

Normalisé pour $\sum_{i=1}^{N_{hid}} tr_{i,j} = 1$

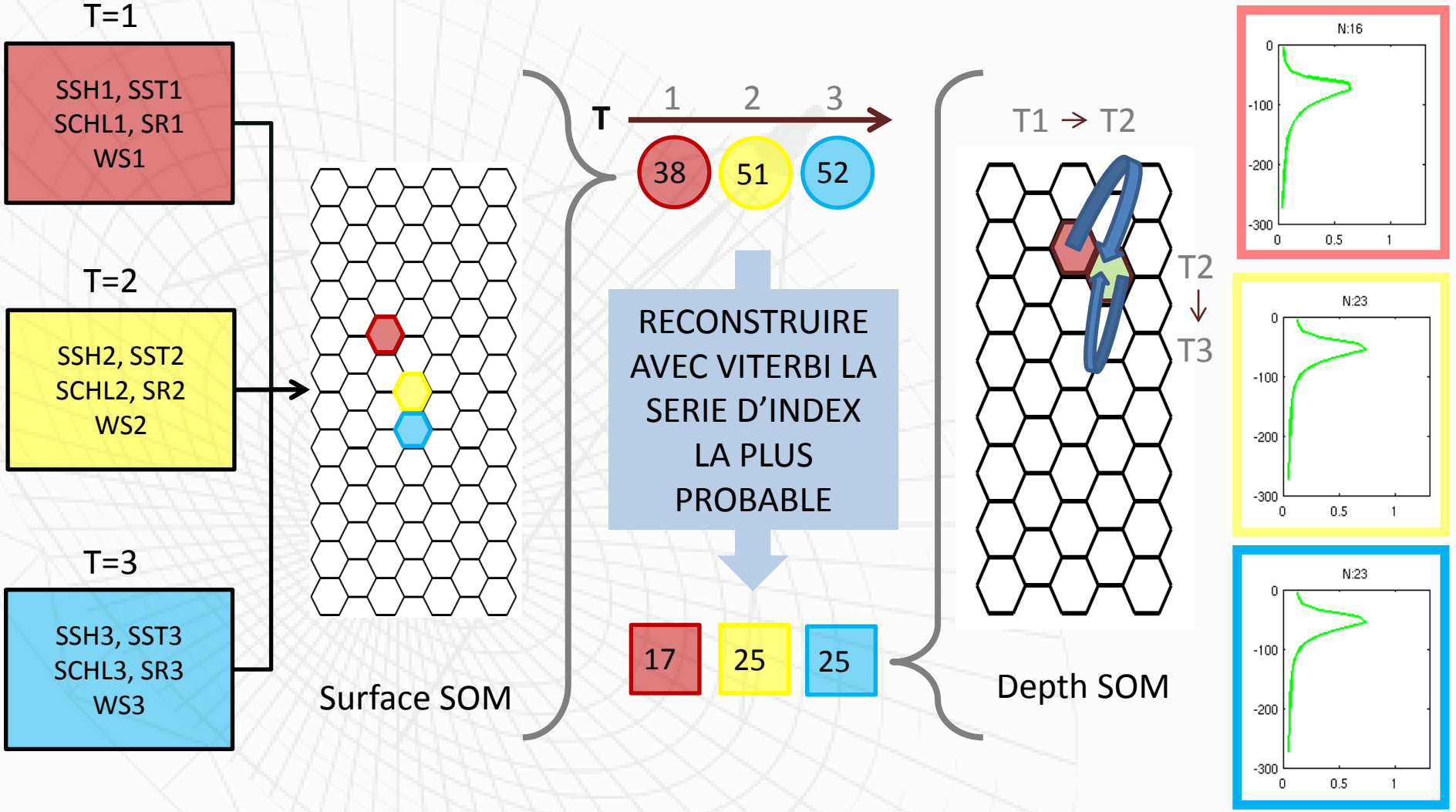
| | |
|---|---|
| $N_{hid}$ | Nombre d'états cachés |
| $\boldsymbol{w_c}$ | ***Terme de pondération*** |
| $N_{obs}$ | Nombre d'états observables |
| $N_{seq}$ | Nombre de sequences d'entrainement |
| $L_{seq}$ | Longeur de chaque sequence utilisée |
| $Tr_{B-W_{\text{seq}}}$ | Matrices calculées sur chaque séquence (compteurs/Baum-Weltch) |
| $Em_{B-W_{\text{seq}}}$ | |

# PROFHMM: MISE EN ŒUVRE

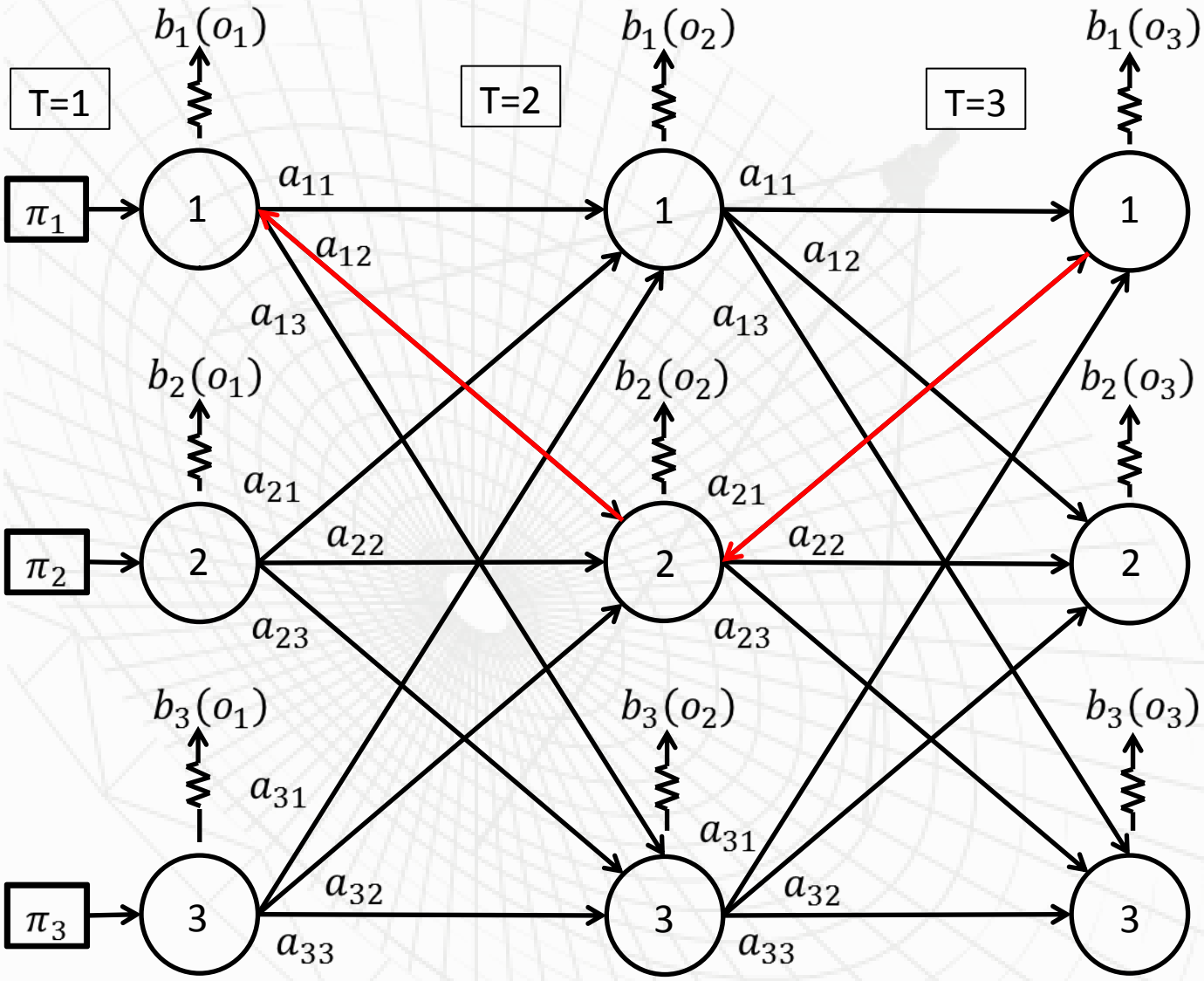
*Apprentissage* et *optimisation* architecturale de PROFHMM:



# PROFHMM: RECONSTRUCTION



# ALGORITHME DE VITERBI




***Programmation Dynamique***

*Calcule:*

- *Probabilité maximale d'arriver à chaque état à chaque pas de temps.*

*Utilise:*

- *Calculs précédents.*
- *Probabilités du modèle.*

*Etape finale:*

- *Retrouve la série d'états cachés la plus probable.*

- *Introduction*
- *La Méthodologie Statistique*
- ***Applications***
- *Complétion de* données
- *Conclusions - Perspectives*

# APPLICATION: BATS - DONNEES

***PROFIL VERTICAUX:***

**NEMO – PISCES**

*Chlorophylle-A:*
17 mesures verticales

*Température:*
9 mesures verticales

0-217 m

Période : 1992-2008
1241 pas de temps.

**BATS (32°N – 64°W)**

***DONNÉES DE SURFACE:***

**SATELLITAIRES**

*Température de surface*
*Chlorophylle-A de surface*

issues de ***MODIS***
période 2002-2008:
402 pas de temps.
Données manquantes:
Interpolation par splines

**NEMO**

- Elévation du niveau de la mer
- *Radiation à faible longueur d'ondes (forçage)*
- *Intensité du vent (forçage)*

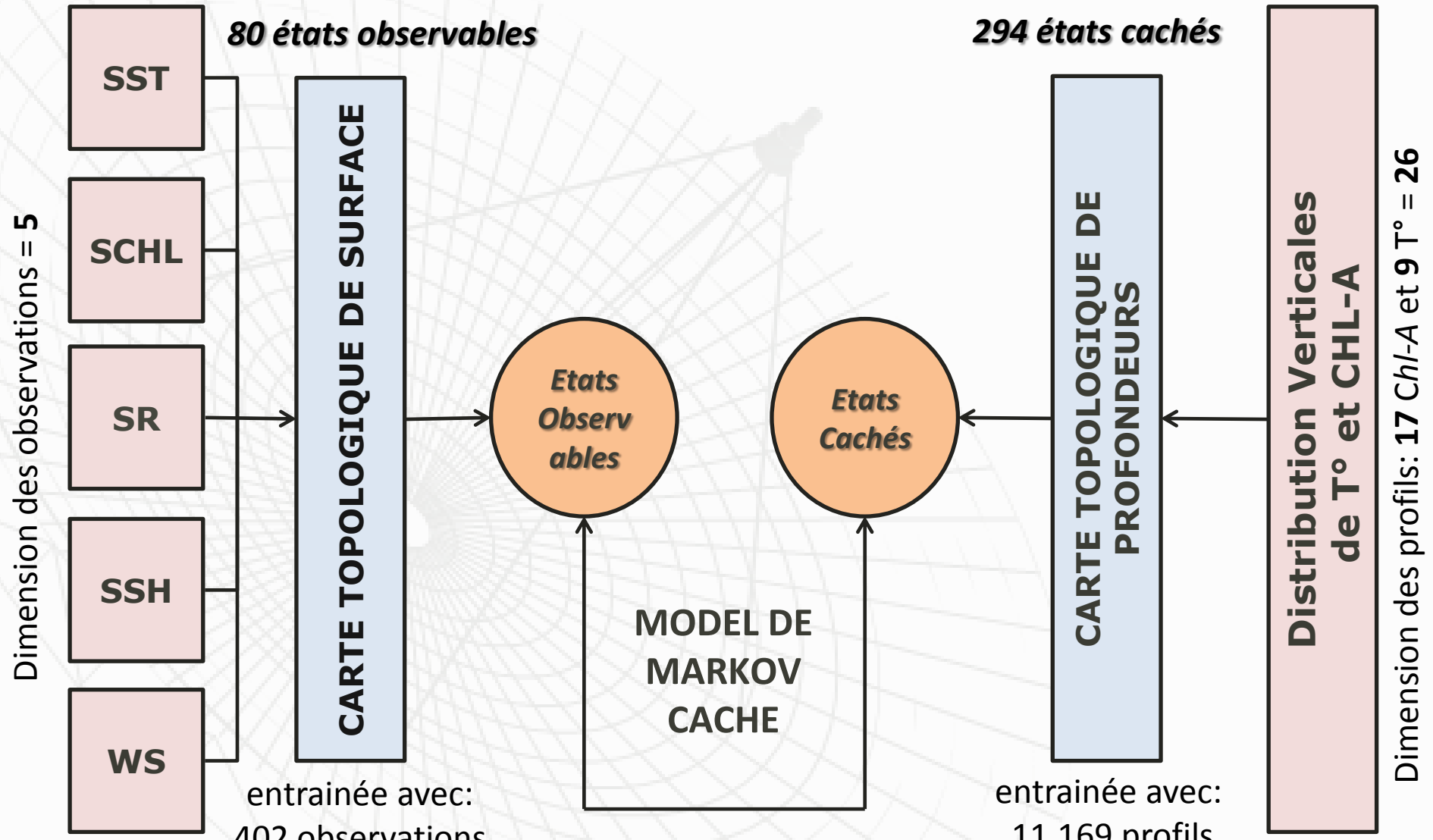
*Moyennes sur **5** jours.*

*Sélection des variables utilisées par une étude en ACP*

*Egalement Appliquée:*

*Période 1992-2008*
*Apprise totalement sur NEMO-PISCES*

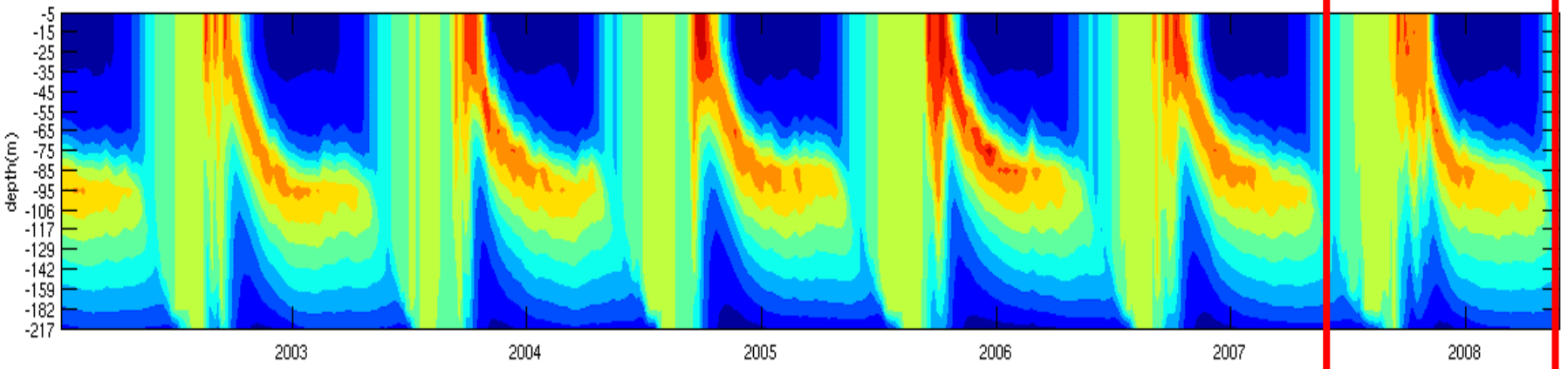
# APPLICATION: BATS APPRENTISSAGE



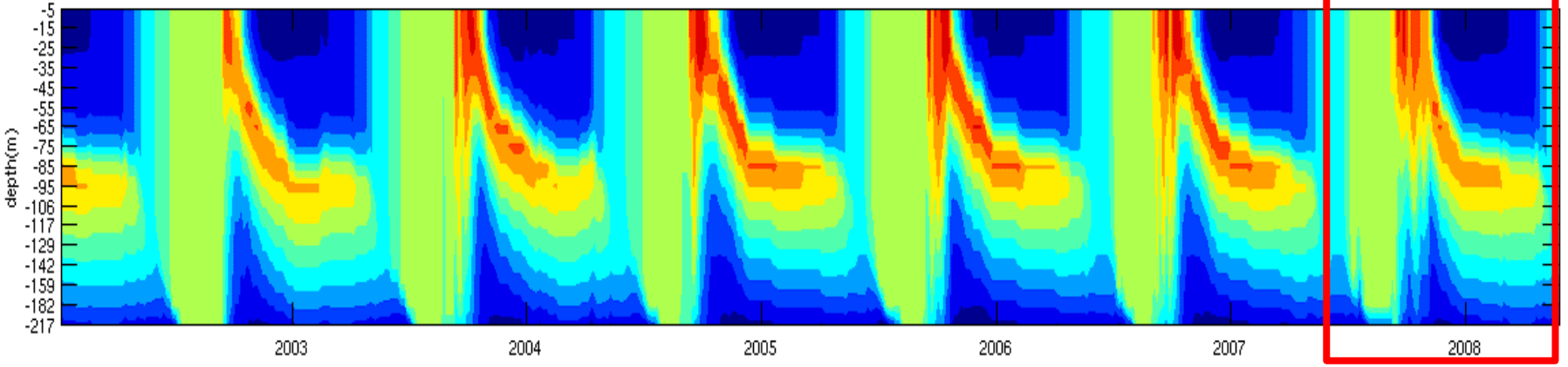
# APPLICATION:BATS RECONSTRUCTION
# A partir d'Observations Satellite

Validation

Valeurs du model NEMO-PISCES



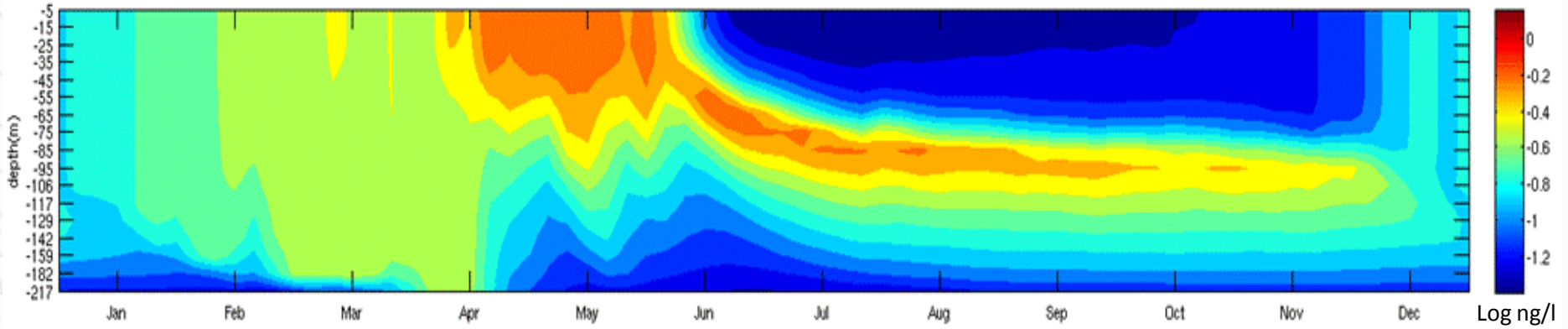

Reconstruction à partir de la surface avec PROFHMM



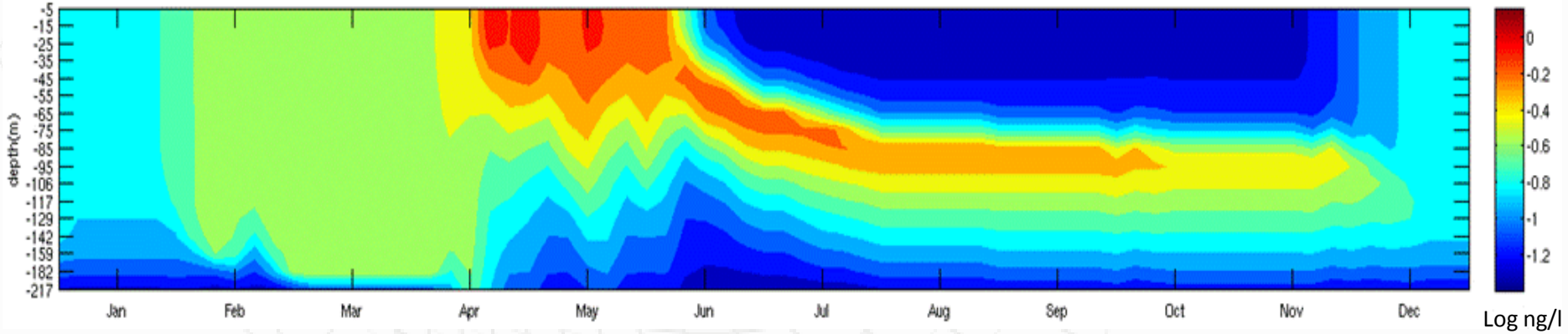
# APPLICATION: Validation 2008

| RMS Point / Point | 10% plus faibles | 10% plus fortes | AVERAGE |
|---|---|---|---|
| | 0.0399 | 0.0096 | 0.0408 |

Valeurs du model NEMO-PISCES




Reconstruction à partir de la surface avec PROFHMM



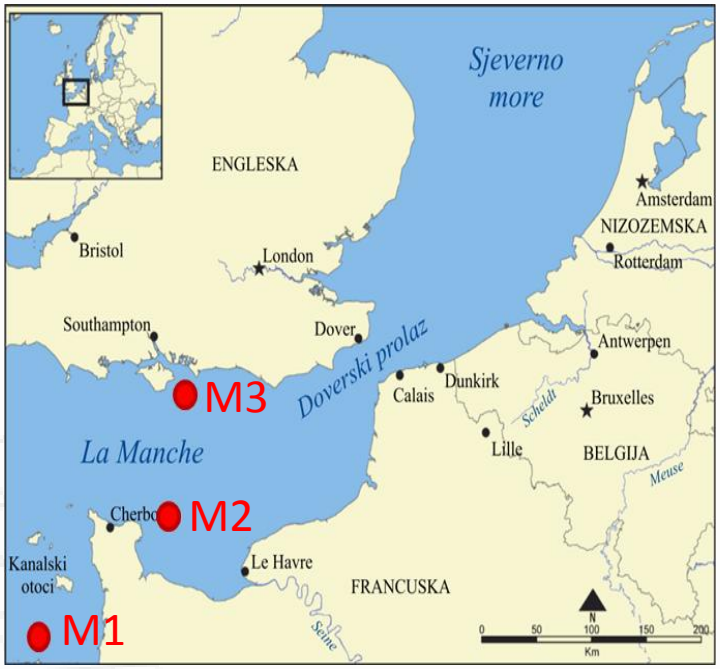
# APPLICATION: APOTRE

Analyse et Prévision Océanique de la Transparence des Eaux

# APPLICATION: APOTRE

Données Observables

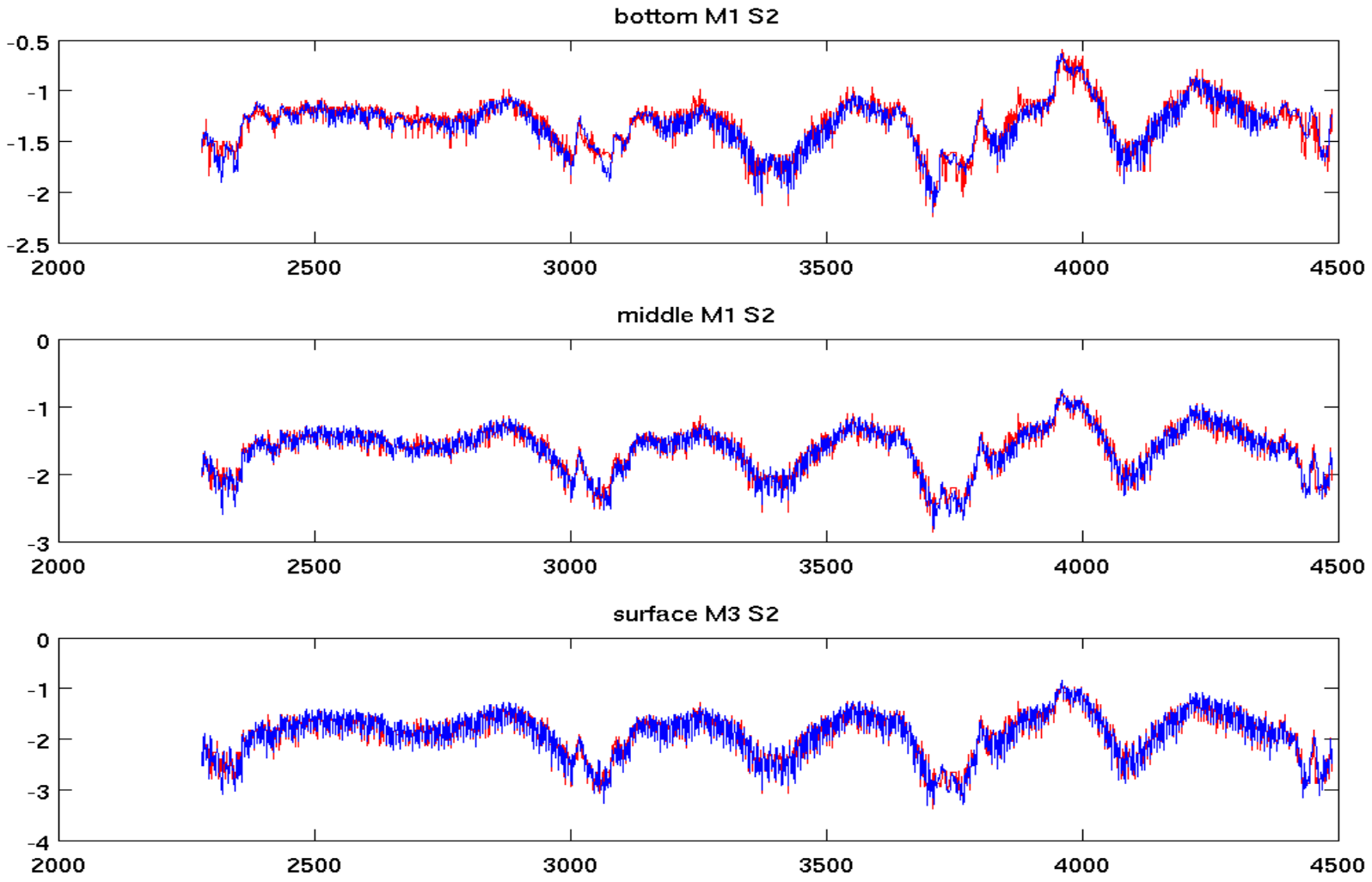
- Courants de marées (modèle numérique dédié): 2 directions (u,v), 11 niveaux de profondeur. (Réduction en 10 valeurs par ACP)
- Date et heure (en sinus, cosinus)
- Période des vagues.
- Intensité du vent.
- Tension au fond.
- Données Satellite:
  - Concentration totale de particules en surface
  - Gradient de concentration de particules en surface



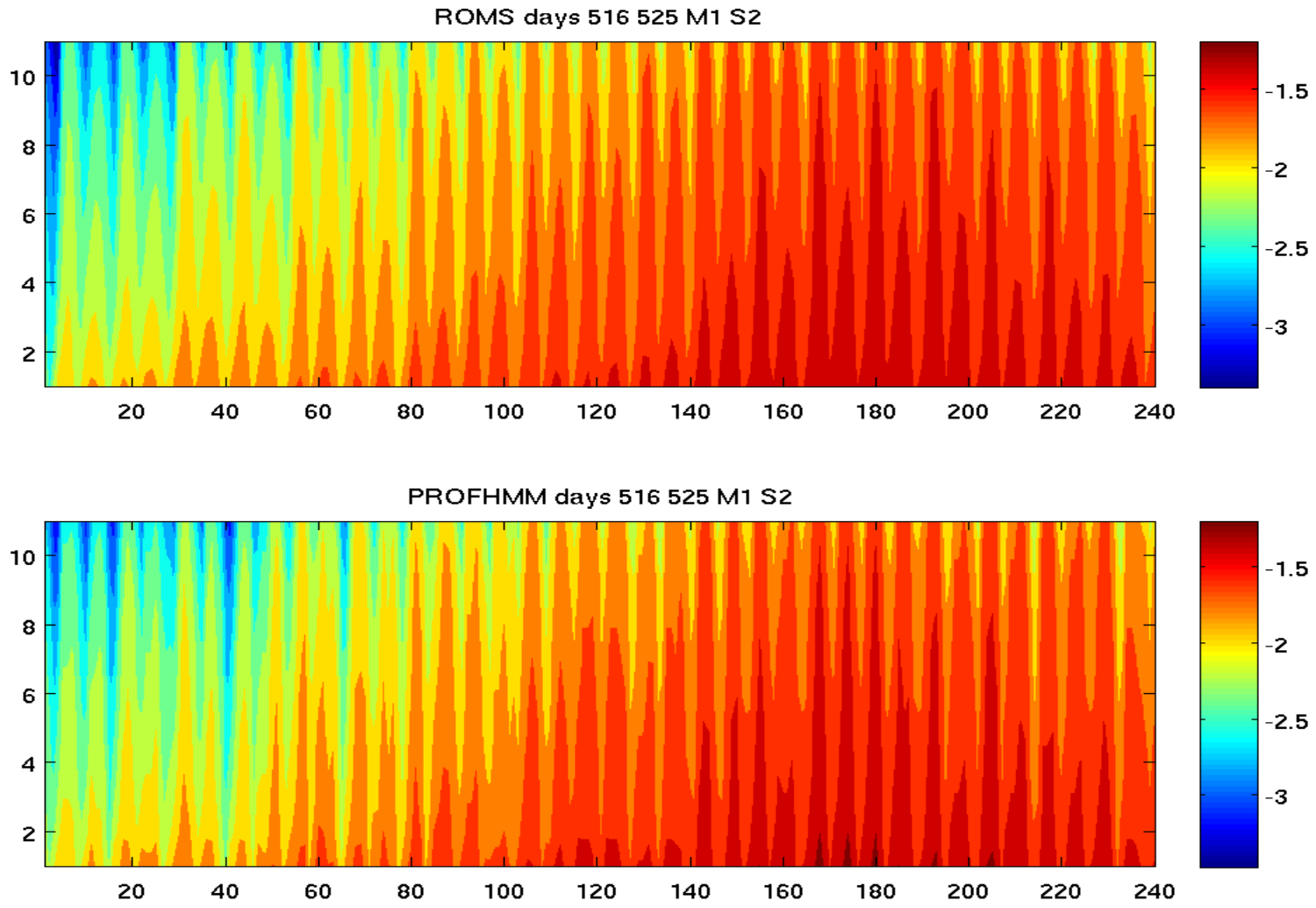

Données Cachées

- 7 types de sables
- 11 niveaux de profondeur

# APPLICATION: RECONSTRUCTION APOTRE



# APPLICATION: RECONSTRUCTION APOTRE

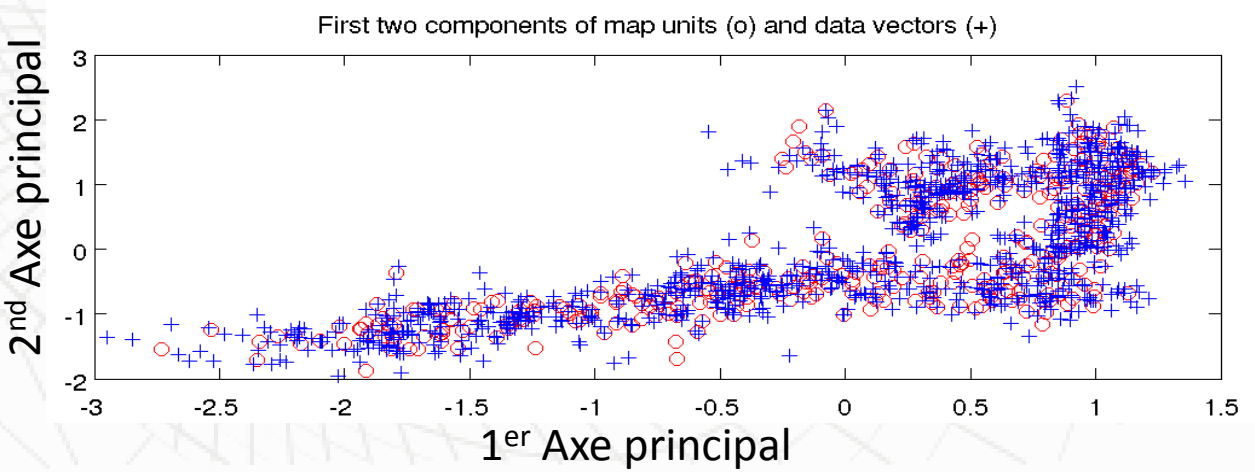


# PROFHMM

- ***Permet de synchroniser la dynamique profonde avec la dynamique de surface.***
- Permet la génération d'un modèle statistique en synchronisant un modèle numérique avec des données satellite
- Peut générer un modèle statistique à partir de données in-situ.
- 1D temporel ou spatial: reconstruction de formes et intensités cohérentes.
- Assez robuste au bruit.
- Supporte grandes dimensionnalités.

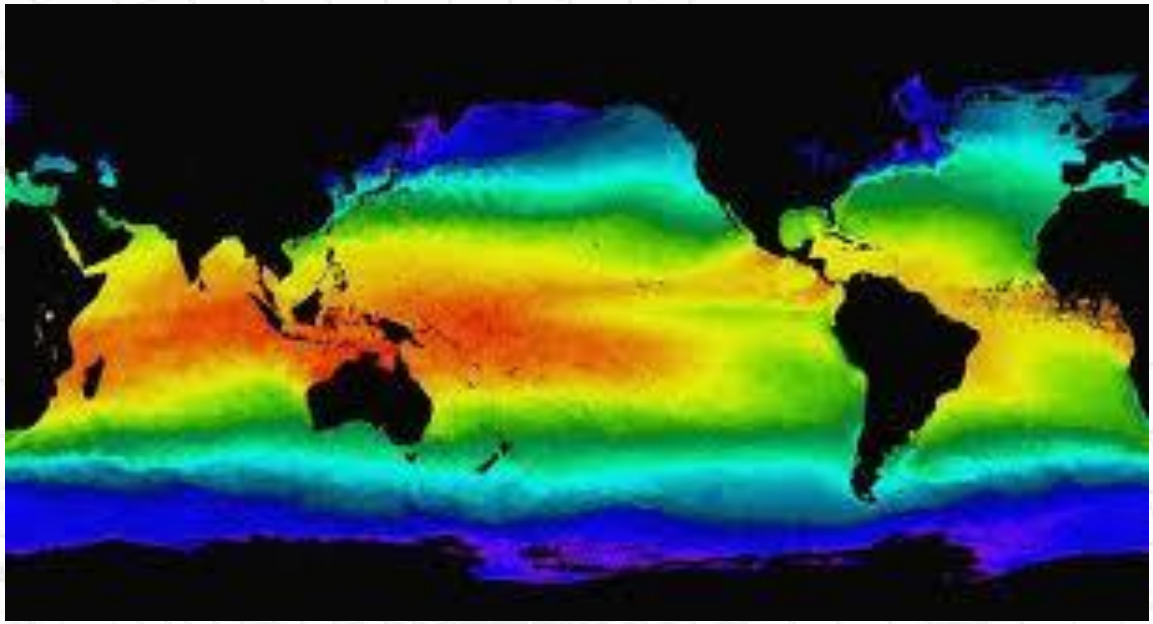
Mais:

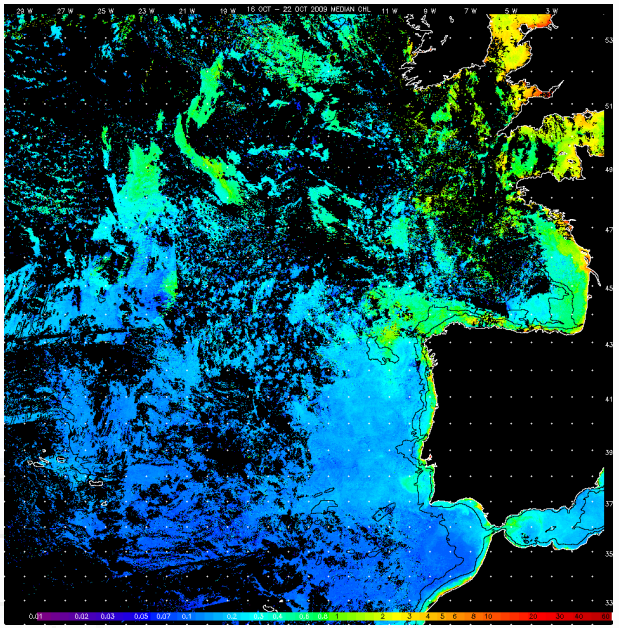
- Impossible de reconstruire situations non observées/ pas couvertes par le modèle (mais référents extrêmes peuvent indiquer des situations extrêmes).



- *Introduction*
- *La Méthodologie Statistique*
- *Applications*
- ***Complétion de données***
- *Conclusions - Perspectives*

# DONNEES DE SURFACE INCOMPLETES





Données de surface utilisées:

- Sorties de Modèles Numériques

Ou si satellitaires:

- Produits de Réanalyses
- Incomplètes / Bruitées

*PRECEDEMMENT:*

*INTERPOLATION PAR SPLINES*

Image from MODIS Aqua

# PROFHMM_UNC

- Méthodologie qui prend en compte un expertise externe sur l'incertitude des données observées, et modifie l'algorithme de Viterbi pour moins pondérer le chemins vis-à-vis des observations.
- Application sur APOTRE, amélioration des résultats obtenus de l'ordre de ~3%
- Dépend de la façon de sélectionner la certitude aux données.

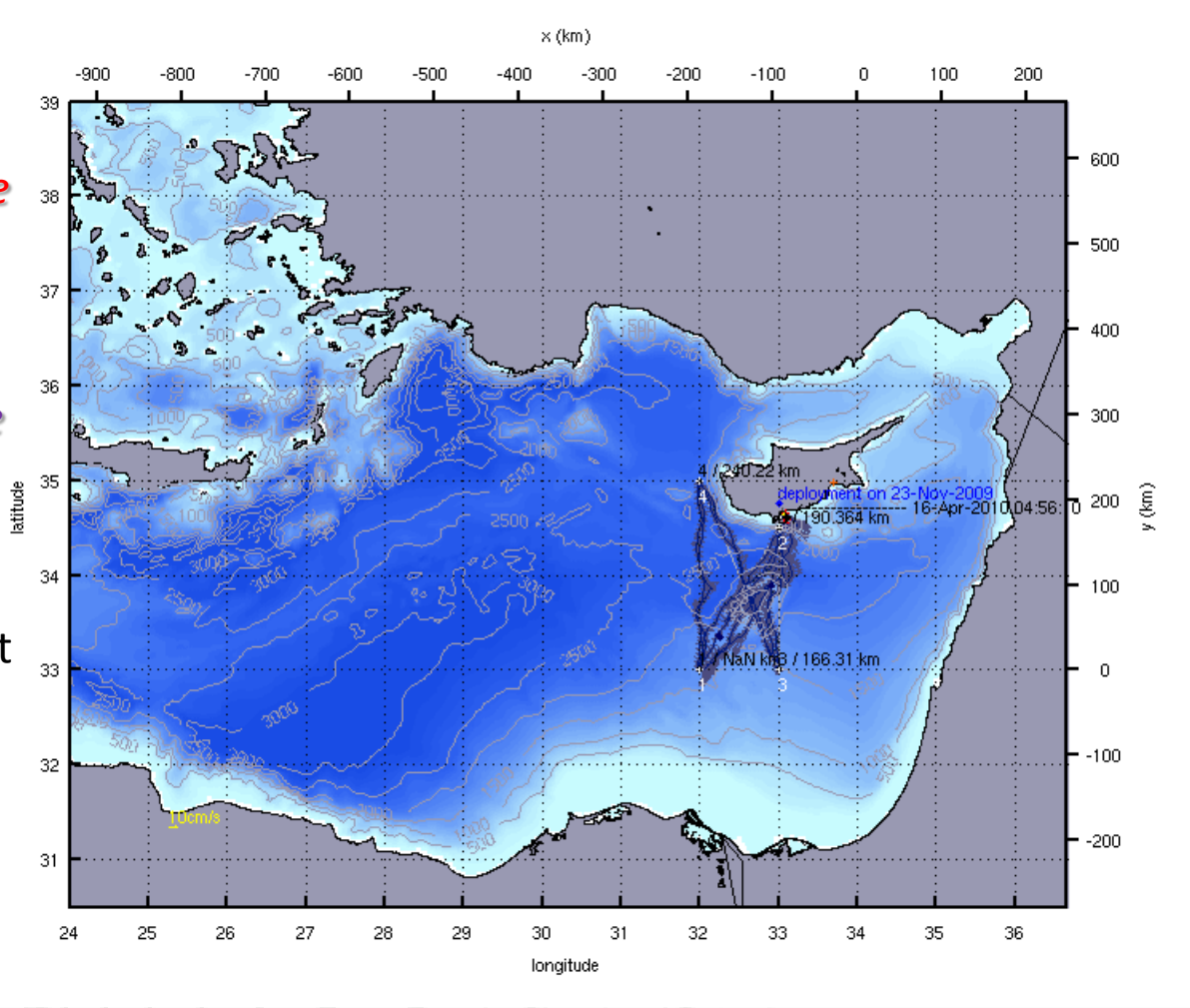
# ITCOMP SOM
# (Iterative Completion SOM)

- Complétion de bases de données contenant des données *très corrélées*, contenant un nombre important de *variables manquantes*.
- Utilise la corrélation locale des *variables présentes* avec les *variables manquantes* pour pondérer le calcul de distance entre les vecteurs et les référents.
- Complète et incorpore *itérativement* des données de plus en plus incomplètes.

# Eye of the Levantine

Le groupe EGO-network (Everyone's Gliding Observatories) a deployé *douze gliders*, entre 2009 et 2010, pour effectuer une étude avec un *échantillonnage* spatial et temporel *très fin* des *profils de température et de salinité* au large des côtes Chypriotes.

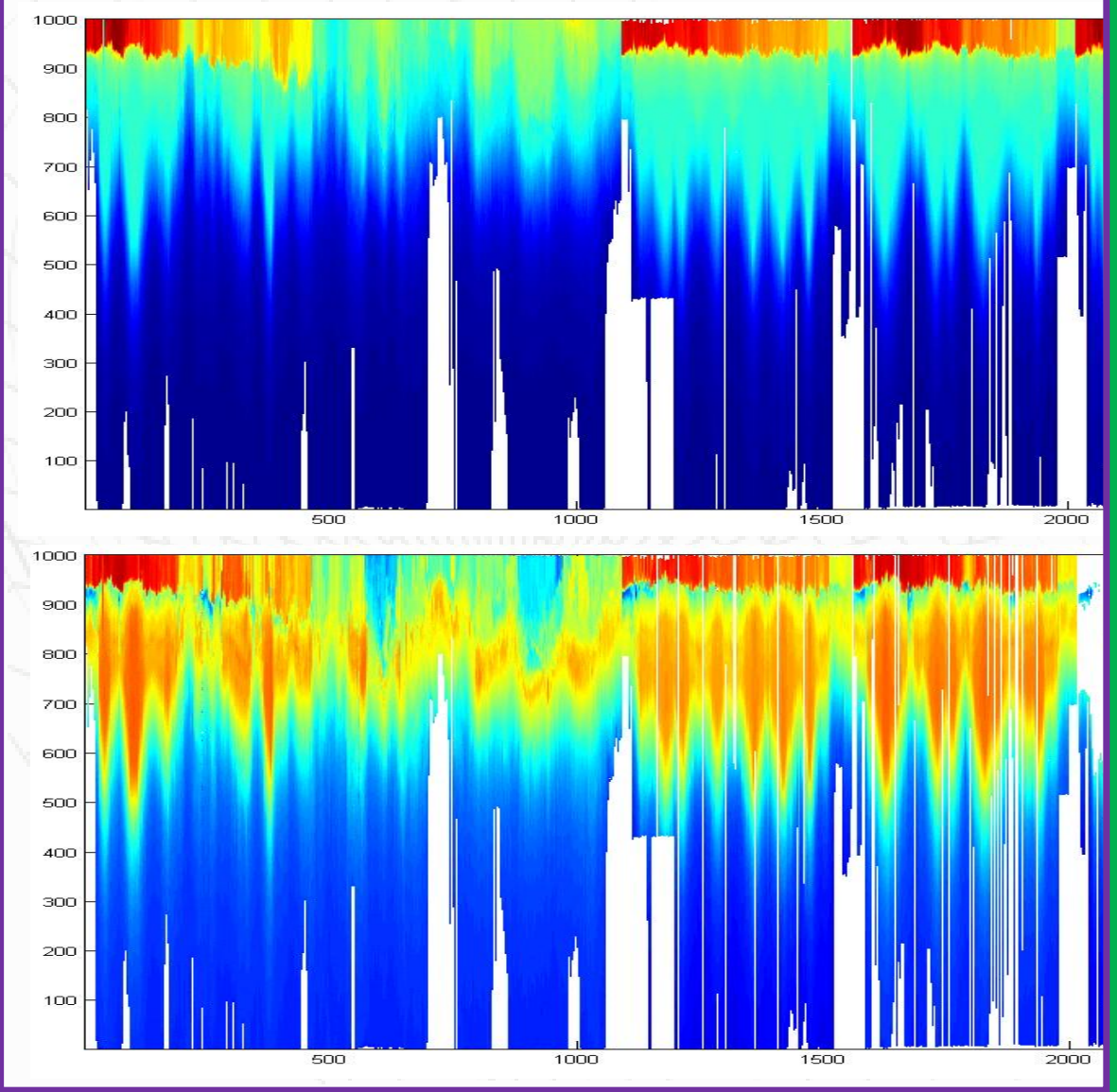
Ces déploiements faisaient part de l'expérience "EYE of the Levantine" et avait comme objectif l'étude de la variabilité du *tourbion chaud de Chypre*.

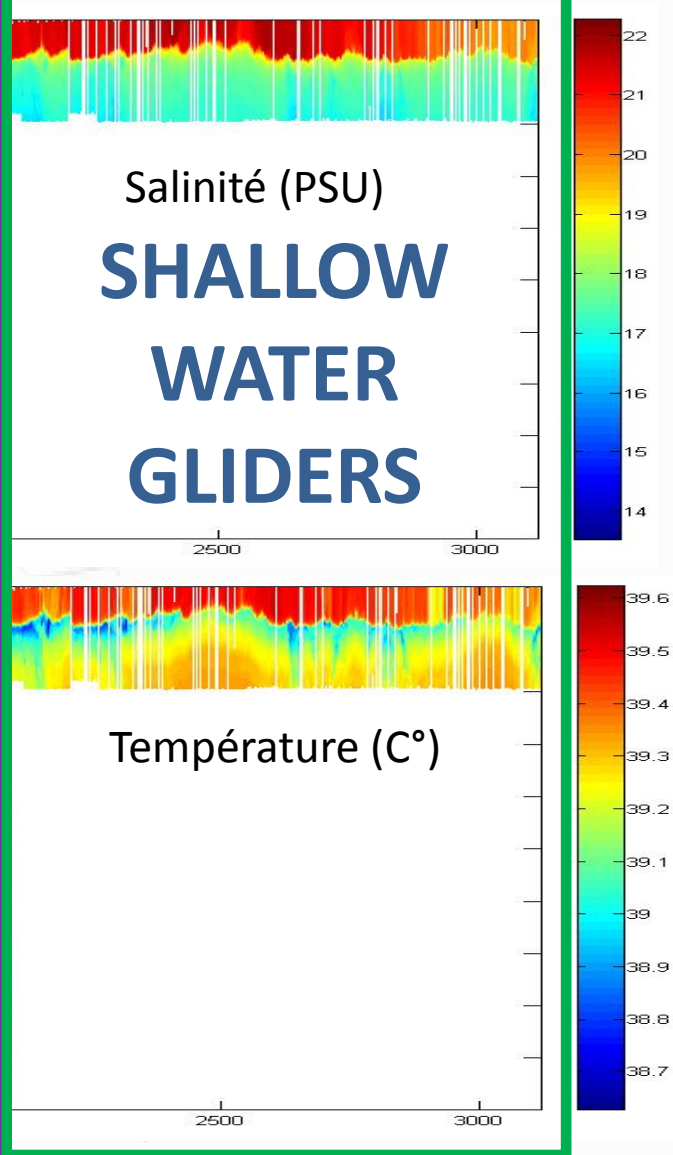


33% de données manquantes.

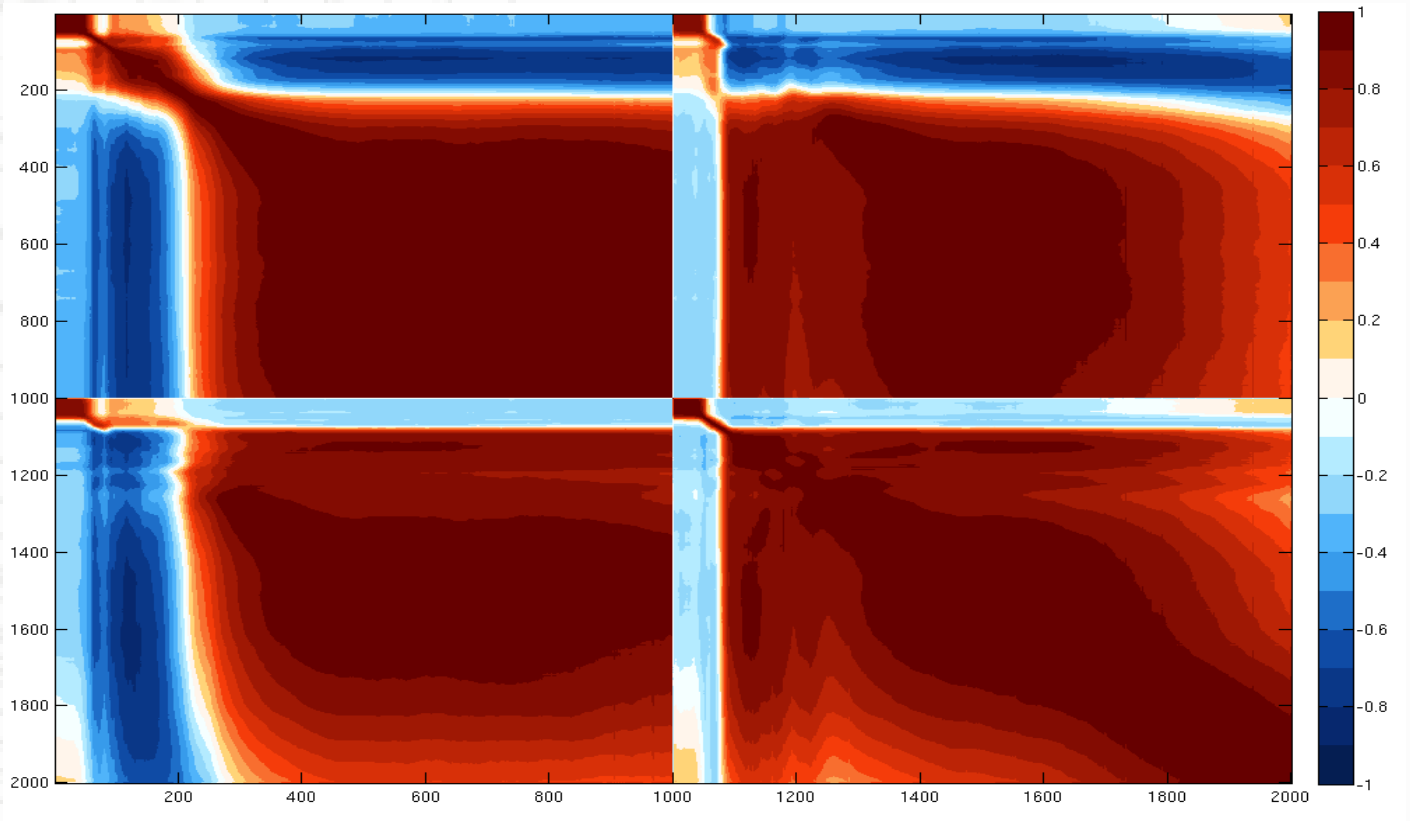
# Eye of the Levantine

## DEEP-SEA GLIDERS



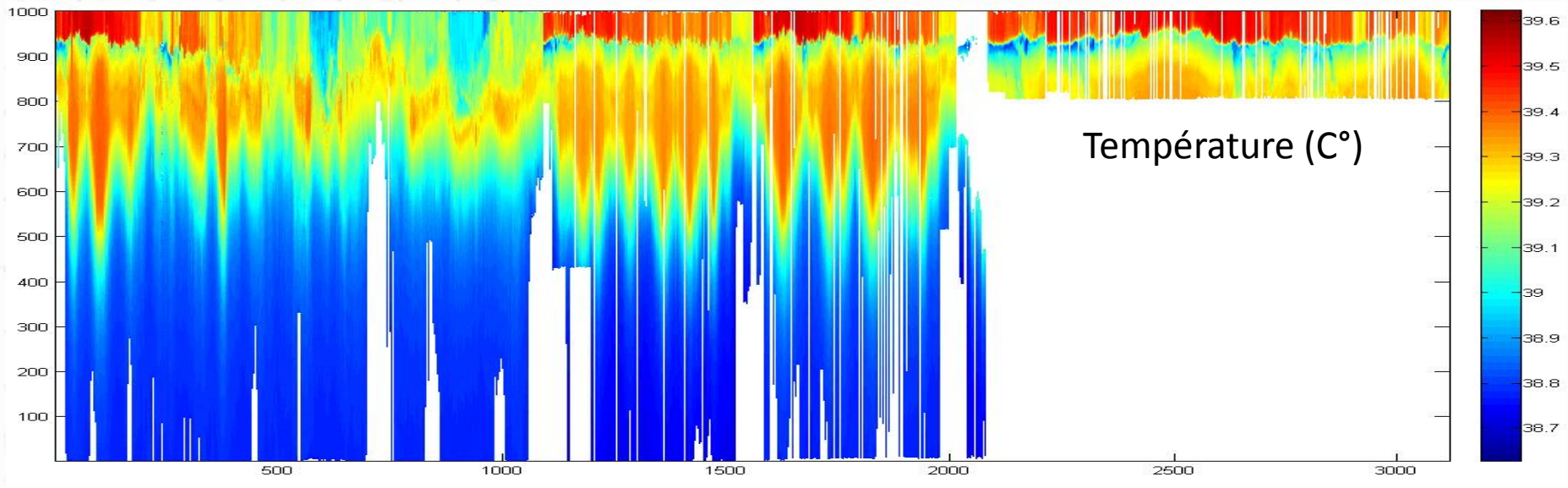



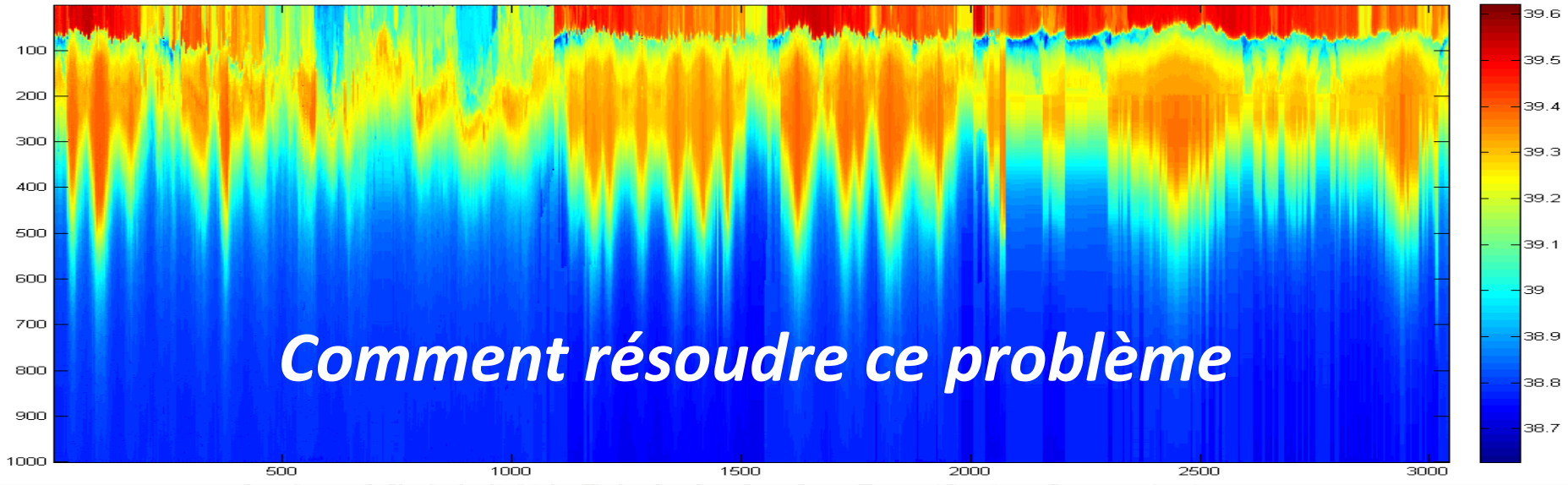
# Eye of the Levantine




Correlogram des différents paramètres. Les 1000 premiers éléments correspondent à la température (°C) dans la colonne d'eau allant jusqu'à 1000 mètres, les 1000 seconds correspondent à la salinité (PSU).

# Eye of the Levantine

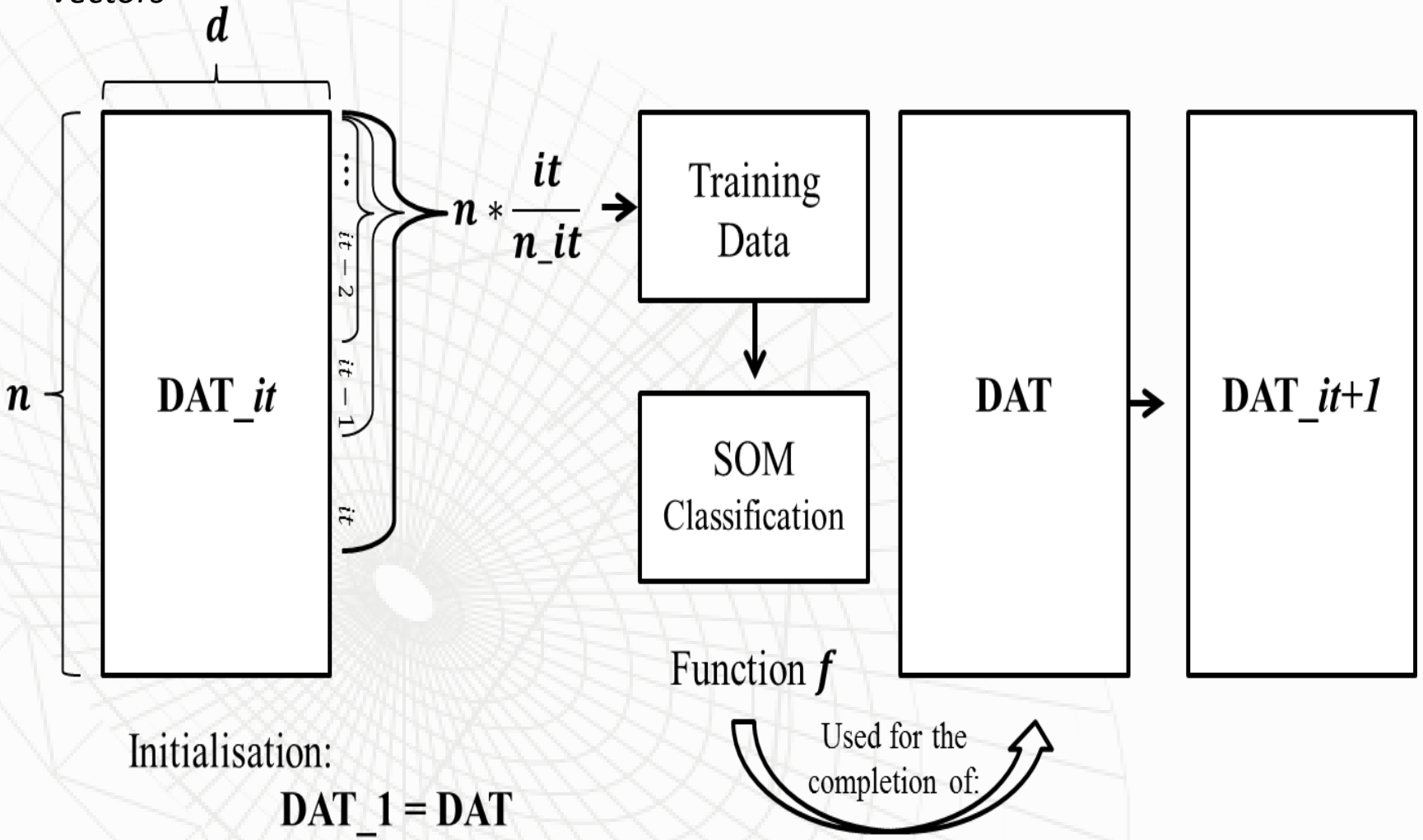



***Comment résoudre ce problème***

# Entrainement Itératif

**DAT** *is sorted by "fullness" of vectors*

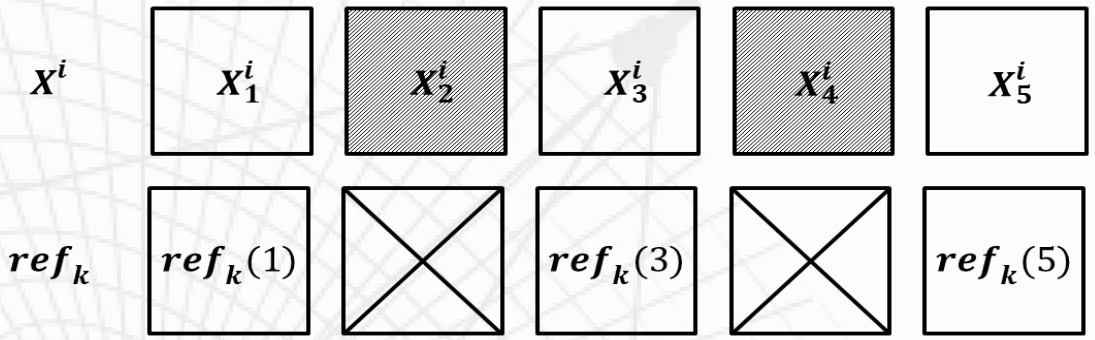


# Selection du “Best-Matching Unit”

$$full_i = \{1, 3, 5\}$$

$$missing_i = \{2, 4\}$$

$$w_k(j) \propto \begin{cases} abs(covariance(j, 2)) \\ abs(covariance(j, 4)) \end{cases} \text{ around } ref_k$$

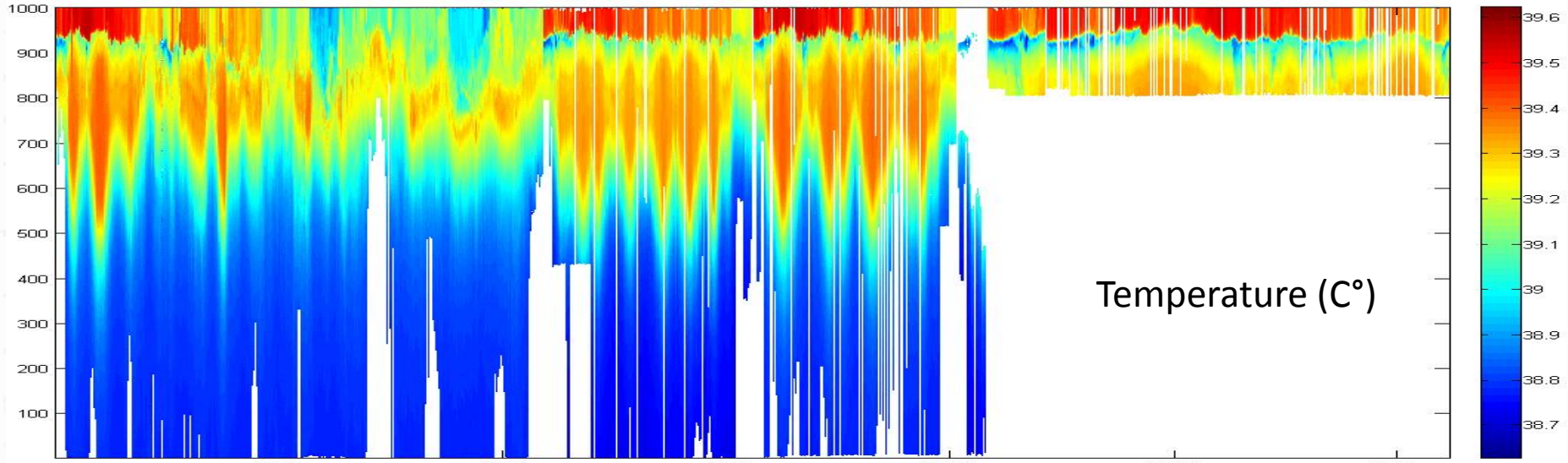


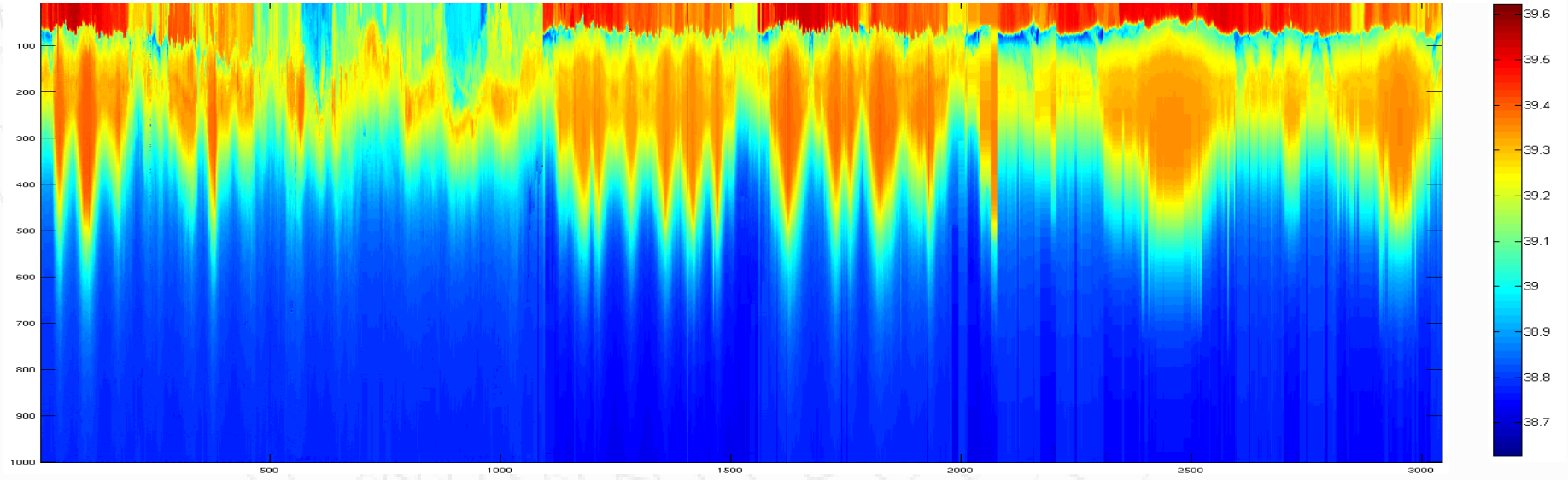

$$sim(ref_k, X^i) = \sqrt{\sum_{j \in \{1,3,5\}} \left( (ref_k(j) - X_j^i) * w_k(j) \right)^2}$$

$$w_k(j) = 1 + \sum_{m \in missing_i} thr_k(m, j)$$

$$thr_k(m, j) = \begin{cases} 0, & \text{if } abscov_k(\mathrm{m}, \mathrm{j}) < tr\_value \\ abscov_k(\mathrm{m}, \mathrm{j}), & \text{else} \end{cases}$$

# Completion


1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
500
1000
1500
2000
2500
3000
39.6
39.5
39.4
39.3
39.2
39.1
39
38.9
38.8
38.7
Temperature (C°)


100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
500
1000
1500
2000
2500
3000
39.6
39.5
39.4
39.3
39.2
39.1
39
38.9
38.8
38.7

# ITCOMP SOM

- Aussi utilisé pour la complétion d'une base de données pour retrouver la $pCO_2$ en mer Baltique.
- 1445 vecteurs contenant huit paramètres (60% avec au moins une valeur manquante):
  (SST SCHL CDOM NPP MLD $DAY_{sin}$ $DAY_{cos}$ $pCO_2$)

| Nombre de Paramètres Manquants | R | $pCO_2$ RMSE $\mu$ =351.06 , $\sigma$ =112.11 |
|---|---|---|
| 0 | 0.96 | 25.7 µatm |
| 1 | 0.93 | 39.5 µatm |
| 2 | 0.86 | 31.9 µatm |
| 3 | 0.81 | 51.4 µatm |

- Introduction
- *La Méthodologie Statistique*
- *Applications*
- *Complétion de données / Prise en compte d'incertitudes*
- ***Conclusions - Perspectives***

# CONCLUSIONS

- ***Outil d'inversion.***
- ***Reconstruction de formes et intensités cohérentes.***
- ***Prise en compte de grandes dimensions.***
- ***Prise en compte des données manquantes ou incomplètes avec* PROFHMM_UNC / ITCOMPSOM.**
- ***Utilisations diverses:***
  - ***Simplifier un modèle numérique.***
  - ***Générer un modèle statistique à partir de données in-situ.***
  - ***Etudes de cas.***
- ***Facile à implémenter.***

# PERSPECTIVES

Sur le plan ***algorithmique***:

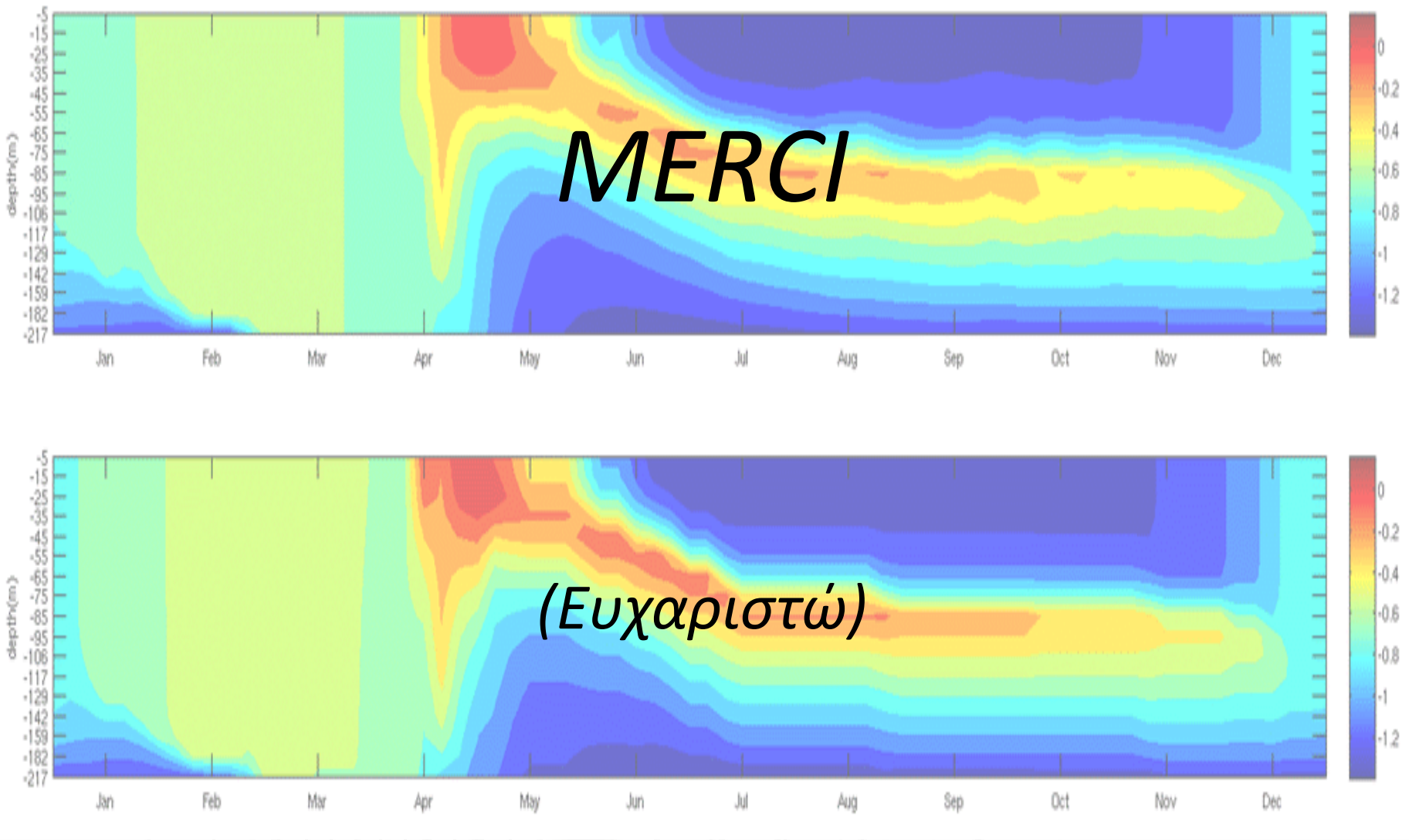
- Passage aux champs de Markov 2D d'observations (théorie faite, application en cours).
- Générateur de séries d'observations réalistes.
- Méthode de complétion de données.

Sur le plan ***méthodologique*** (*contexte géophysique*):

- Aide à l'assimilation:

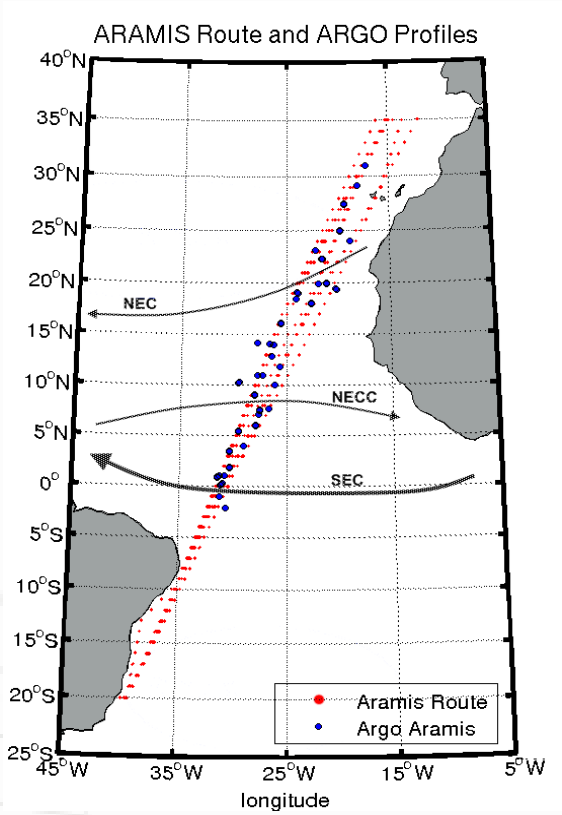
  Détermination du first guess.

Année 2005 sur BATS



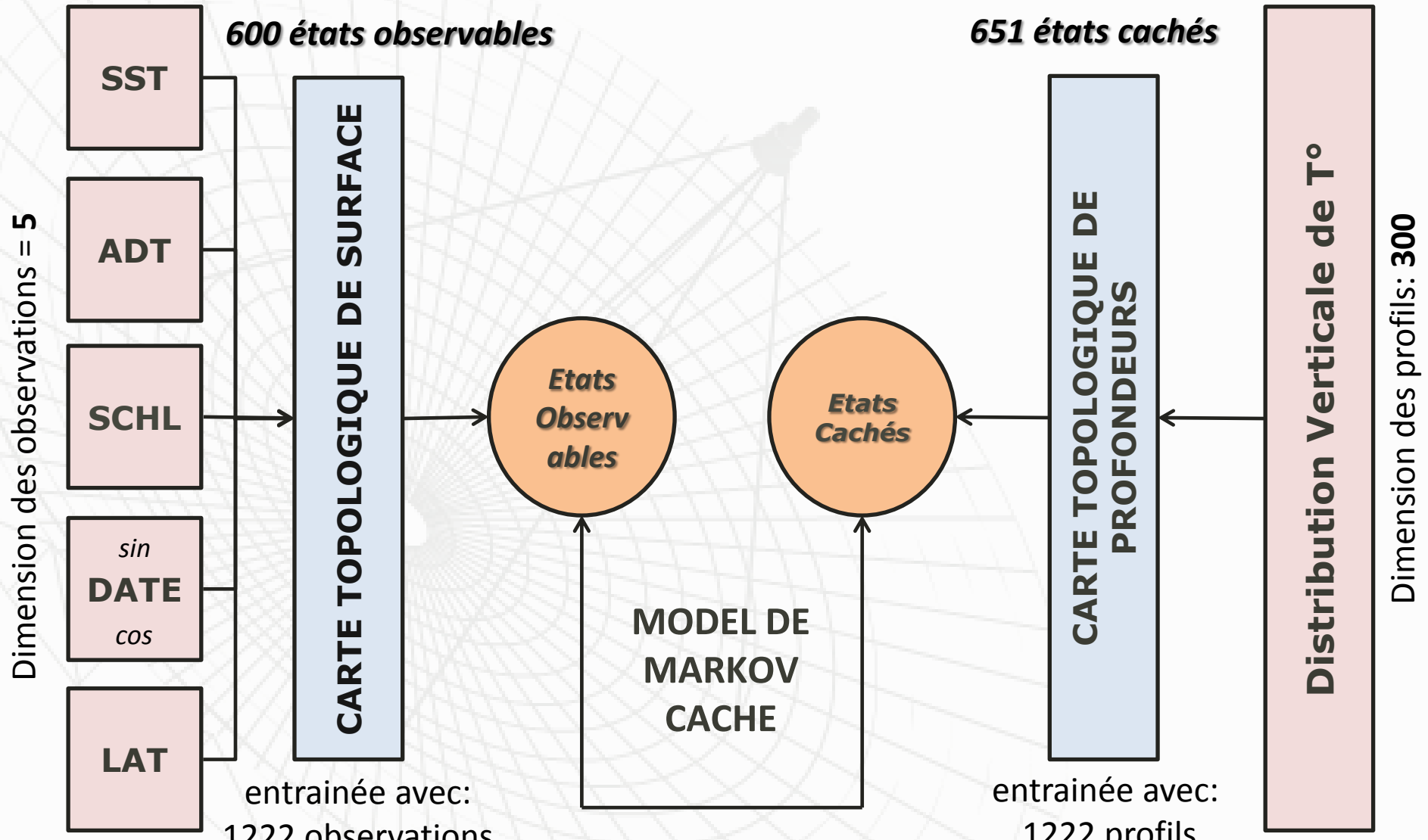
# APPLICATION: ARAMIS

- ARAMIS (Altimétrie sur un Rail Atlantique et Mesures In Situ)
  PI S.ARNAULT: Surveillance des structures thermo halines des couches de surface océaniques en Atlantique tropical entre 2002 et 2008.
- 1300 Mesures in-situ par XBT de T °C (utilisation de 5 à 305 mètres)
- Précision des mesures: +/- 0.1°C
- Mesures satellites de T° de surface, de la topographie dynamique absolue (ADT)

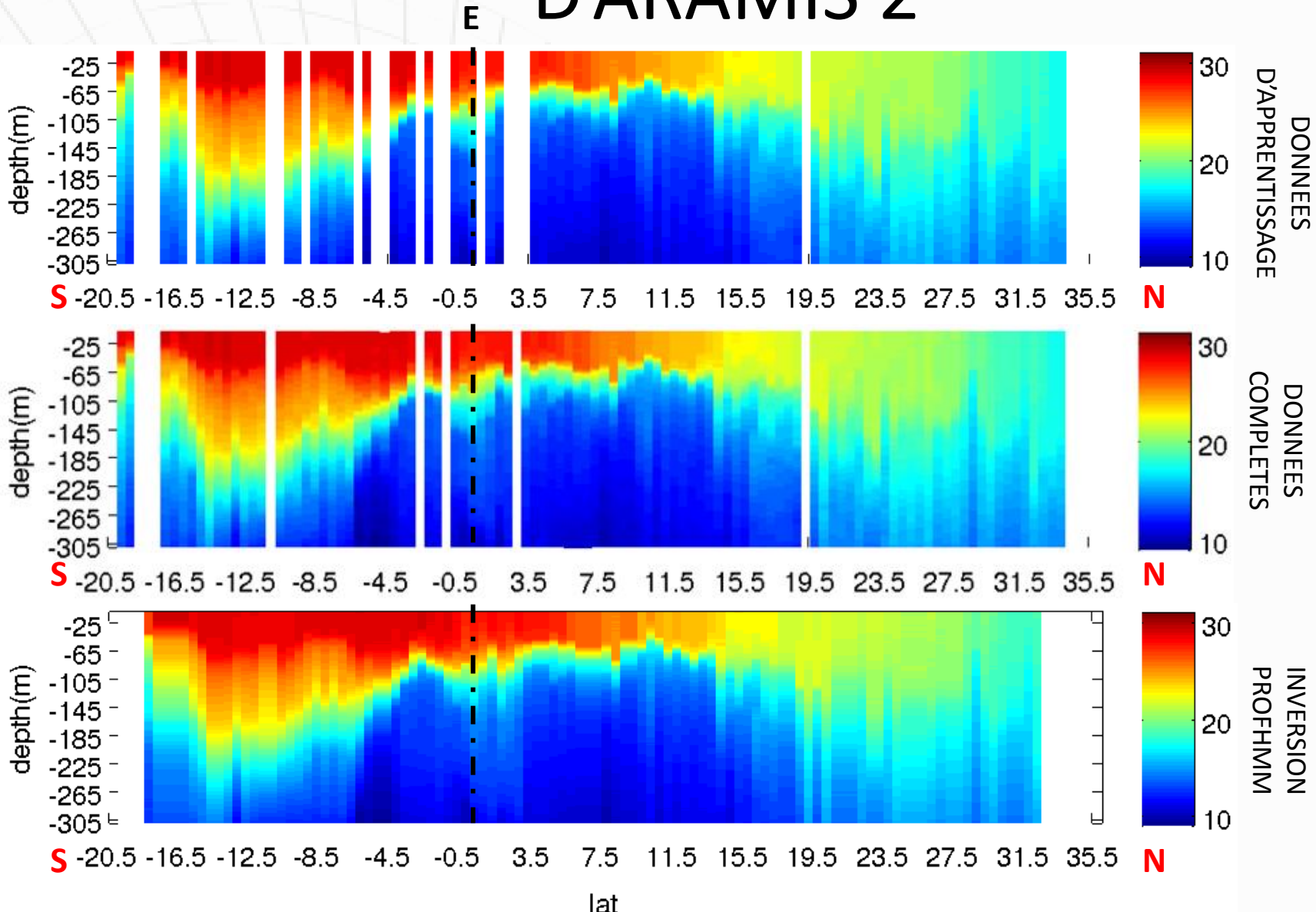



*Hypothèse:* *Temps <=> Espace*

# APPLICATION: ARAMIS APPRENTISSAGE

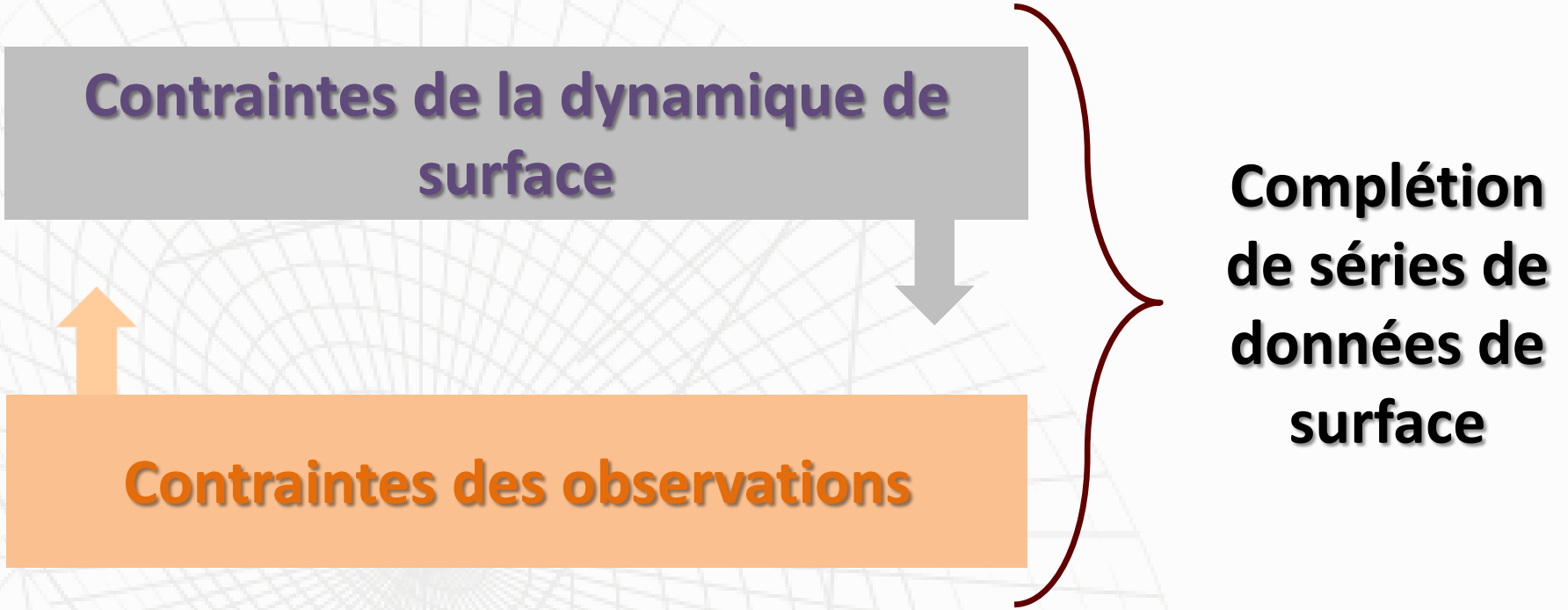


# APPLICATION: RECONSTRUCTION D'ARAMIS 2




(2003/03/15 – 2003/03/23)

# RECONSTRUIRE EN UTILISANT LA DYNAMIQUE DE SURFACE




**INDICATEUR DE CONFIANCE DES OBSERVATIONS**

# MODIFICATION DE L'AGORITHME DE VITERBI

Alternative:

PRISE EN COMPTE DES INCERTITUDE:

***MODIFICATION DE L'ALGORITHME DE VITERBI***

$conf(Obs) \in [0,100]$

Fonction de confiance

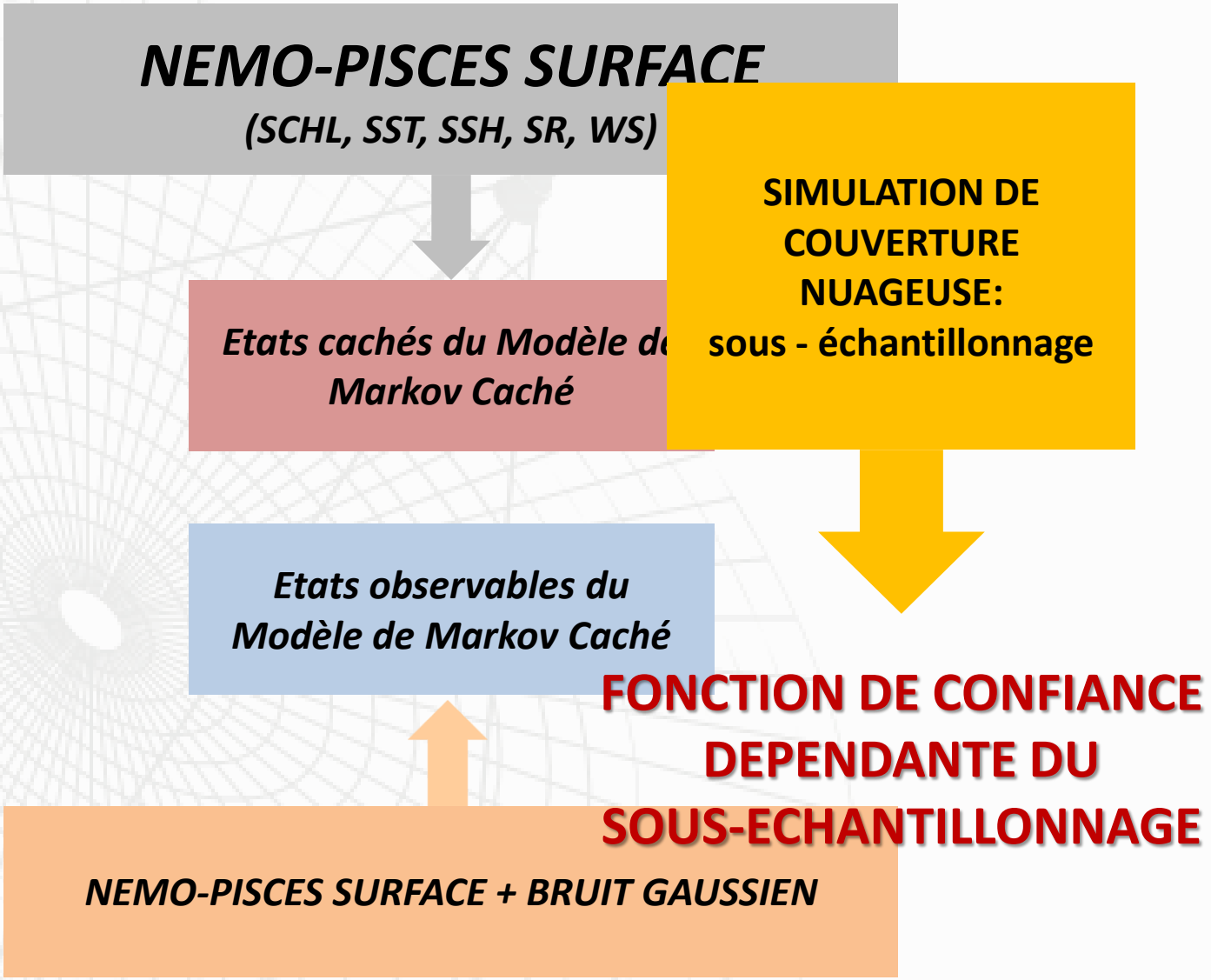
→ Expertise de qualité de l'observation.

$F_w(X,Y) \in \{[0,1\ ],[0,100]\}$

Fonction de pondération

→ Modifié les probabilités d'émission en fonction de la confiance

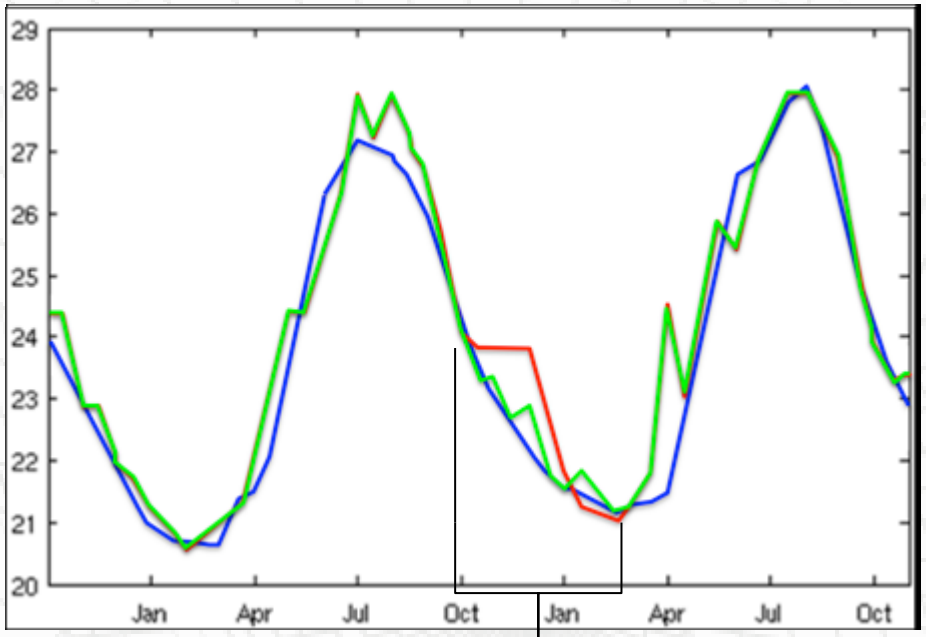
# EXPERIENCE JUMELLE



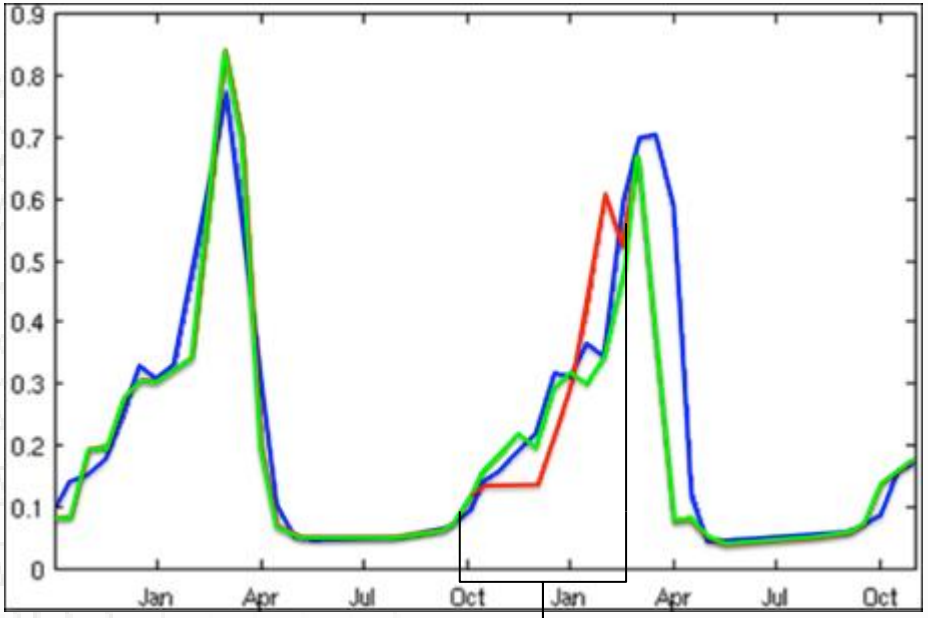
# ETUDE DE SENSIBILITEE

Reconstruction de la SST SCHL à BATS 2007 -2008

Température de surface (°C)




Chlorophylle-A de surface (log ng/l)

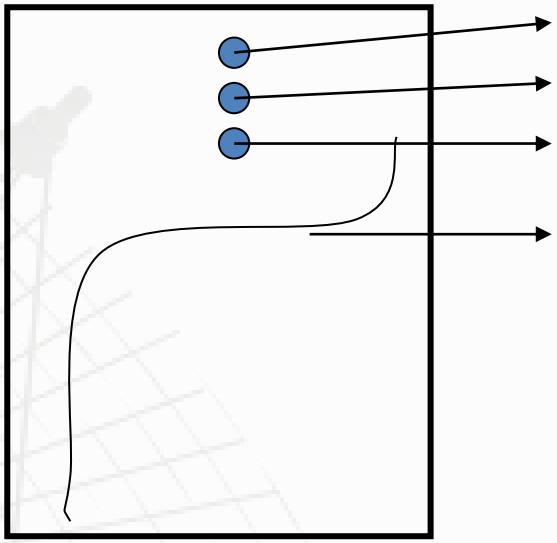



Période aux données de surfaces modifiées

- Données de surface NEMO (« REEL »)
- Reconstruction PROFHMM de la surface à partir de obs sans tenir compte de la confiance
- Reconstruction PROFHMM_UNC en tenant compte de la confiance

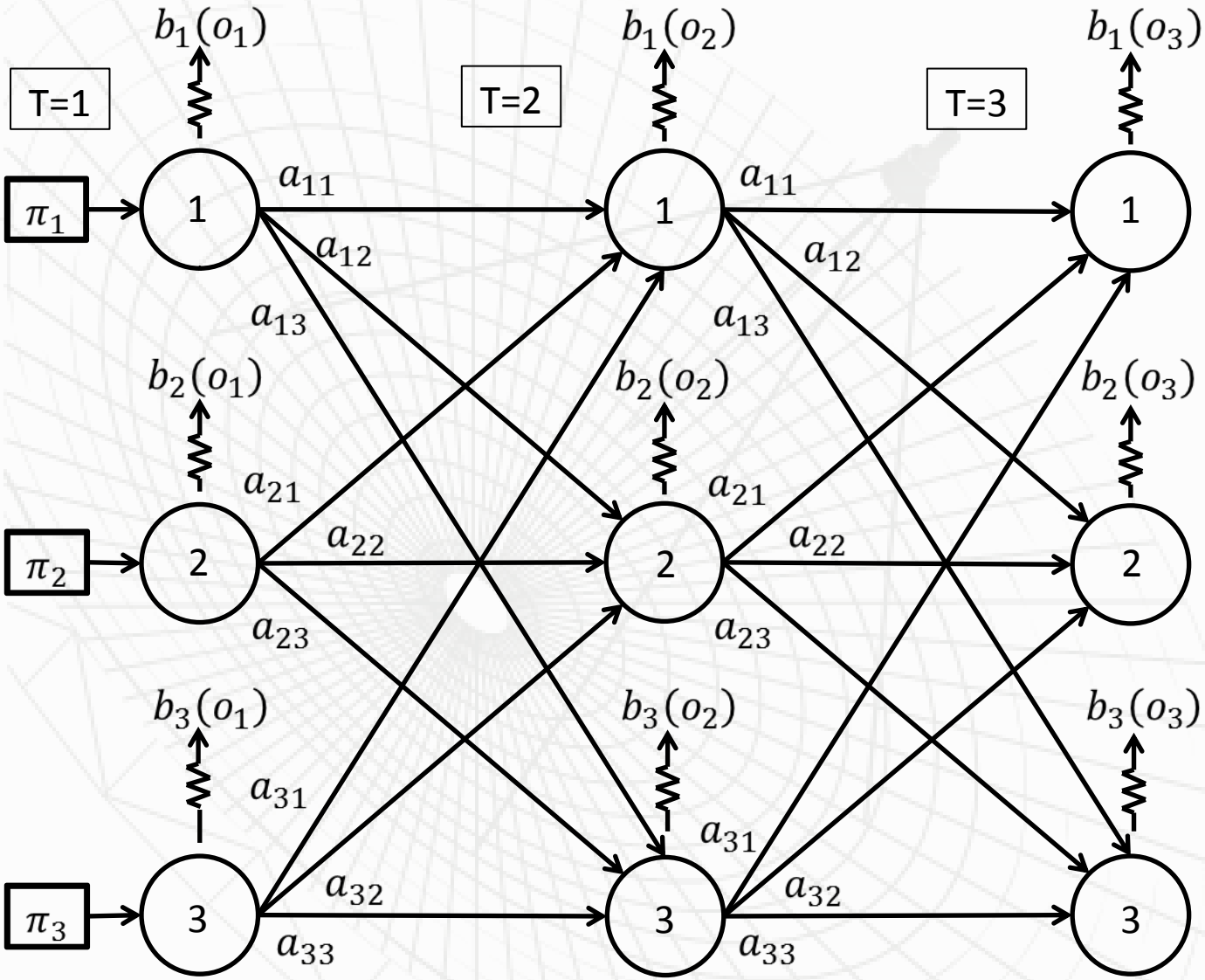
# Yves Tanguys

- Principe général
  - Inversion d'une section entière à un t donné
  - Respecter la cohérence spatiale de T




- Partie 1
  - Obtenir un certain nombre de classe cohérentes en terme de donnée de surface
- Partie 2
  - Choisir parmi elles la meilleur a priori en fonction des points proches

# ALGORITHME DE VITERBI (1/3)




EVALUATION DIRECTE:

$(2T-1)*N^T$
Multiplications

$N^T-1$
Additions

Soit:
$\approx 2T* N^T$
opérations

# PROFHMM_UNC: FONCTIONS DE CONFIANCE ET DE PONDERATION

The Viterbi Algorithm

Initialization:

For $1 \leq i \leq N_{hid}$

$$\delta_1(i) = \pi_i * b_i(o_1)\,,$$
$$\Psi_1(i) = 0$$

with $\pi_i$ the initial probabilities the state $i$.

Iterative calculation

For $2 \leq t \leq T$

For $1 \leq j \leq N_{hid}$

$$\delta_t(j) = \left(\max_{1 \leq i \leq N_{hid}} [\delta_{t-1}(i) * a_{ij}]\right) * b_j(o_t)$$
$$\Psi_t(j) = arg \max_{1 \leq i \leq N_{hid}} [\delta_{t-1}(i) * a_{ij}]$$

Ending values

$$P = \max_{1 \leq i \leq N_{hid}} [\delta_T(i)]$$
$$q_T = arg \max_{1 \leq i \leq N_{hid}} [\delta_T(i)]$$

Backpropagating

For t=T to 2

$$q_{t-1} = \Psi_t(q_t)$$

Introduction de deux fonctions

$conf(Obs) \in [0,100]$ ⟹ Expertise de qualité de l'obs.

Fonction de confiance

100% confiance dans l'Obs ⟹ $conf(Obs) = 100$

0% confiance dans l'Obs ⟹ $conf(Obs) = 0$

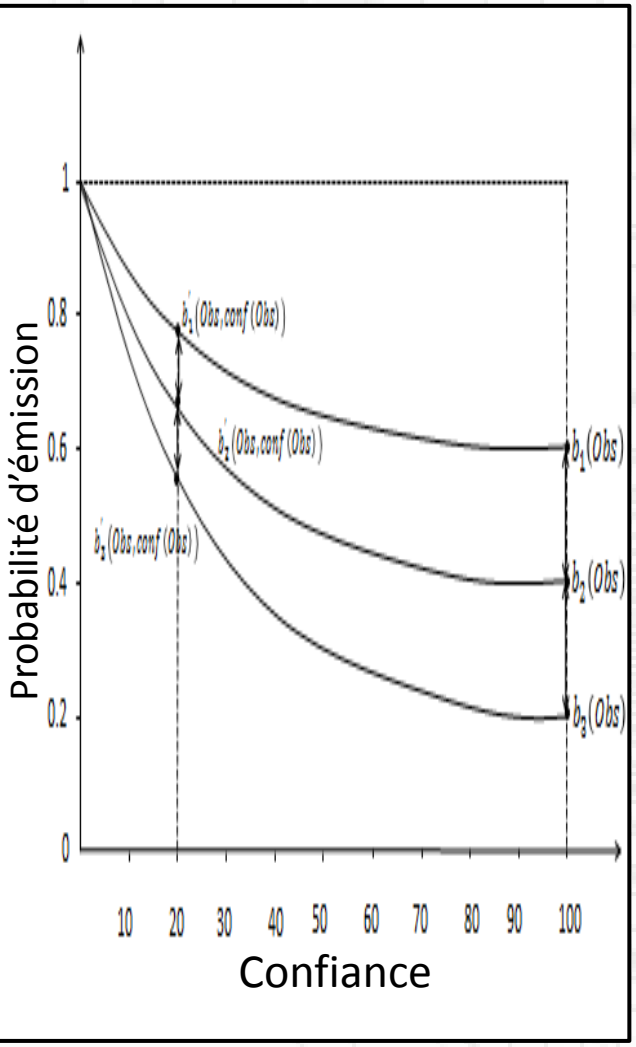
$$\delta_t(j) = \left(\max_{1 \leq i \leq N} [\delta_t(i) * a_{ij}]\right) * F_w(b_i(o_t), conf(o_t))$$

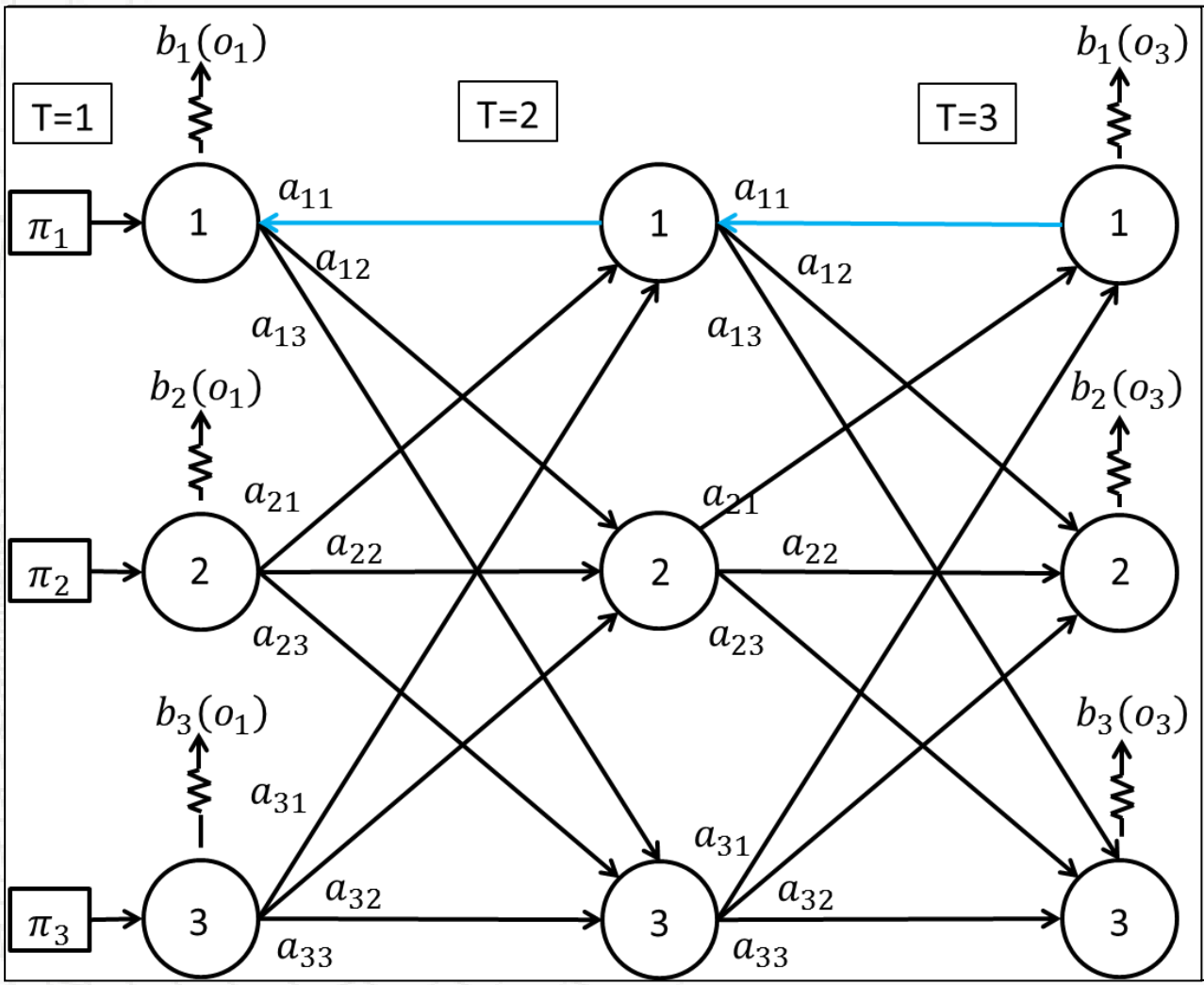
$F_w(X, Y) \in \{[0,1\,],[0,100]\}$ ⟹ Monotone envers X et Y Décroissante

Fonction de pondération

$$F_w(b_i(Obs), 100) = b_i(Obs)$$
$$F_w(b_i(Obs), 0) = 1$$

# PROFHMM_UNC: CALCUL DU CHEMIN



# ETUDE DE SENSIBILITE: DONNEES

SST

SCHL

SR

SSH

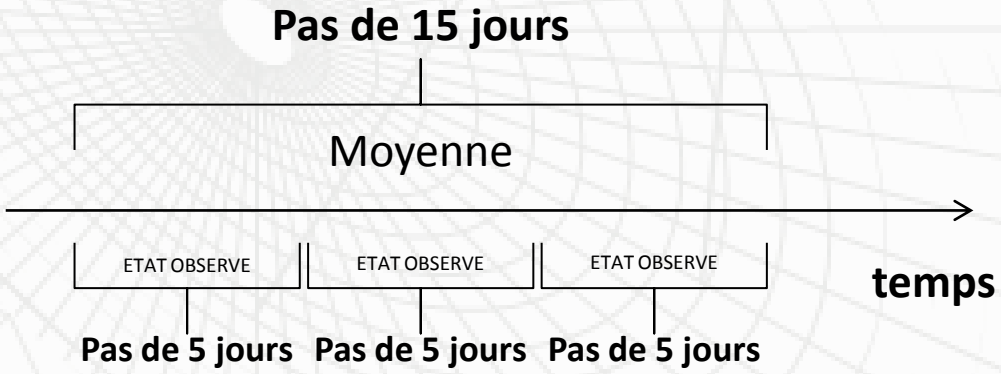
WS

Pour tester la Modification de VITERBI:

ETATS CACHES:
Données de surface de NEMO-PISCES à BATS
**MOYENNE DES 3 PAS DE 5 JOURS**

ETATS OBSERVES:
Données de surface de NEMO-PISCES à BATS
+ Introduction d'un bruit gaussien de variance 0.35*σ
**MOYENNE DES 3 PAS DE 5 JOURS**

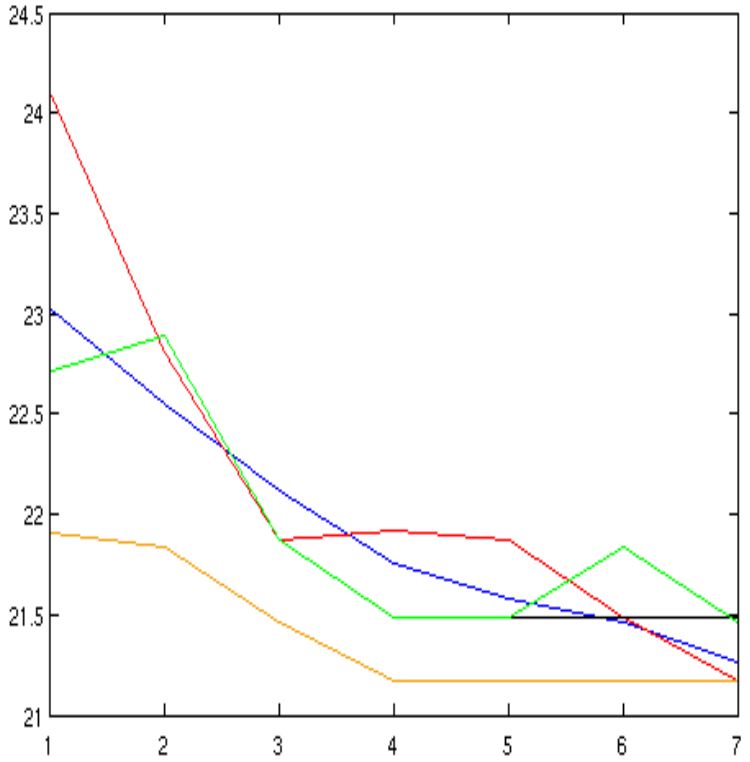
BATS (32°N –64°W)



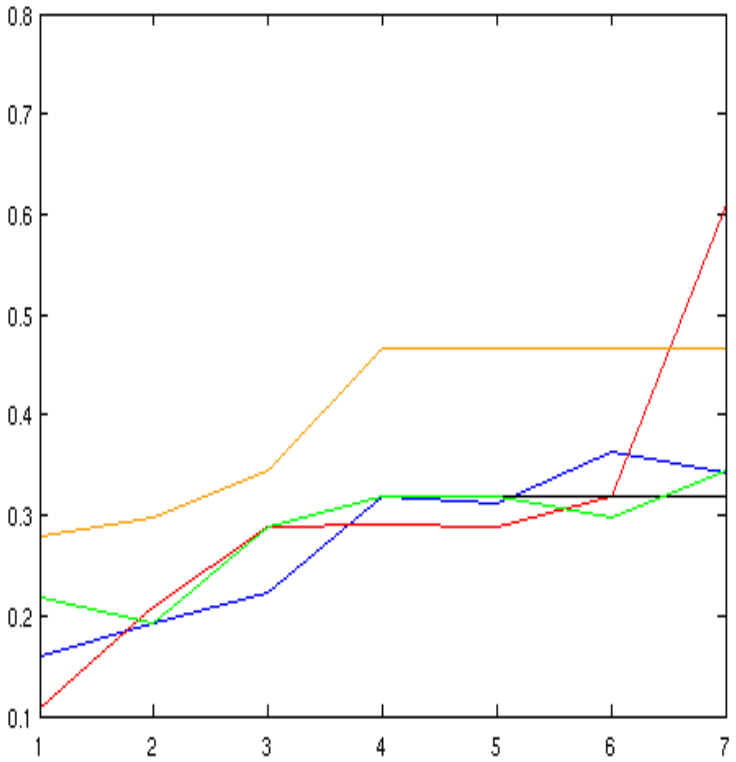

**Observations Bruitées:**
**Que une données sur trois**

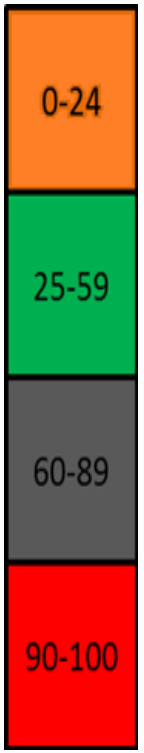
# ETUDE DE SENSIBILITEE

SST

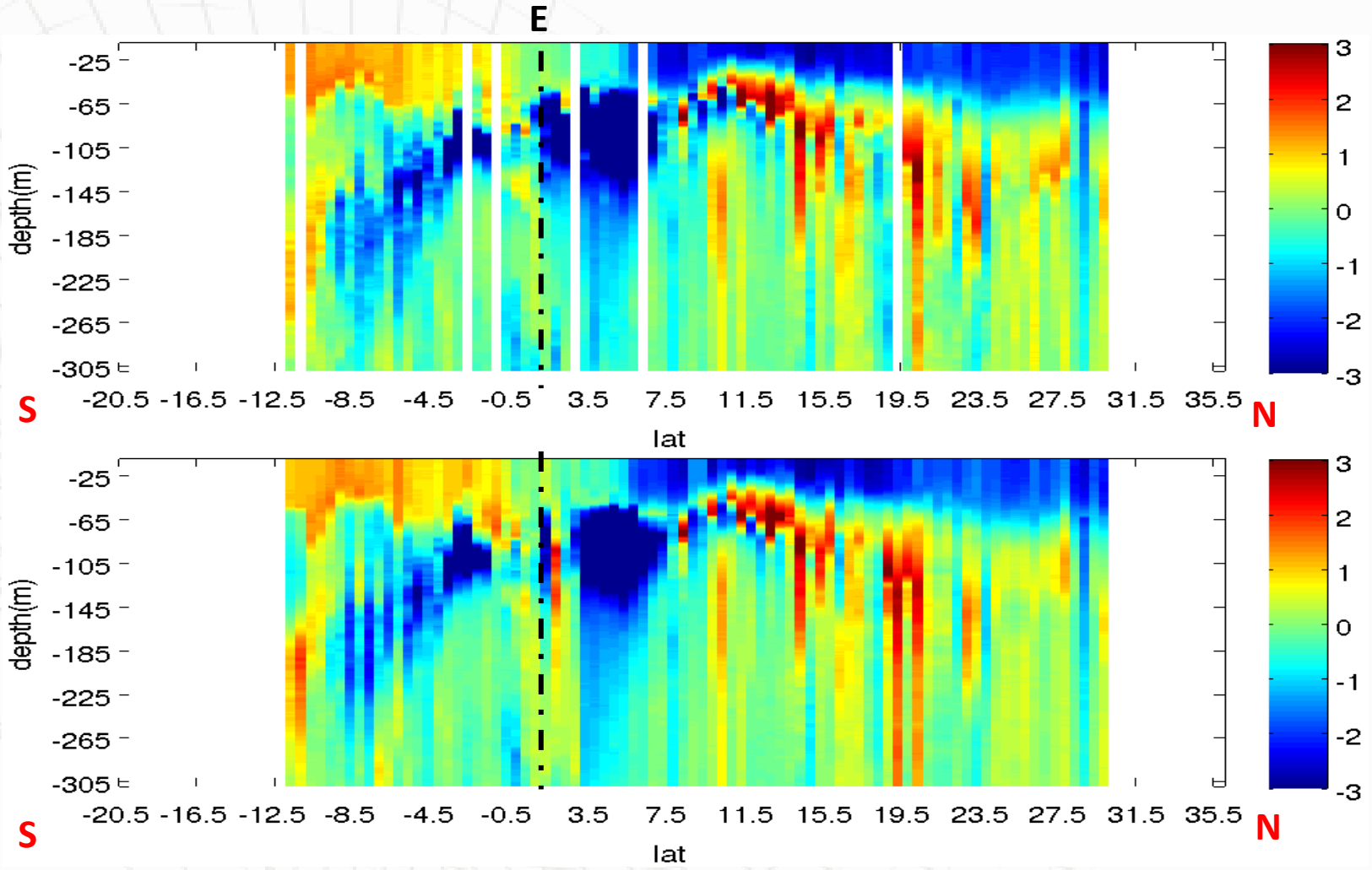



SCHL

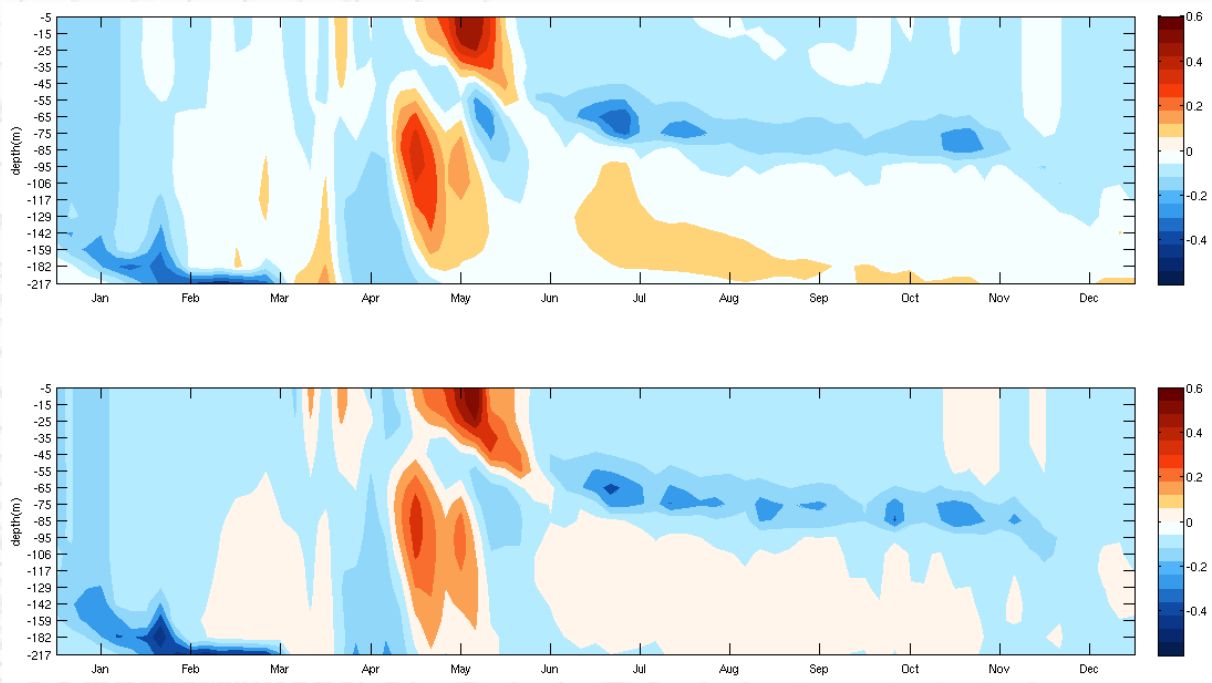


# APPLICATION: ARAMIS RECONSTRUCTION (2/4)



# Interannuel



# RMS ARAMIS 2

| | RMSE (°C) | 5 - 35m | 35 - 65m | 65 - 95m | 95 - 125m | 125 - 155m | 155 - 185m | 185 - 215m | 215 - 245m | 245 - 275m | 275 - 305m | Moyen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalles Moyennées | Total | 0,072 | 0,060 | 0,055 | 0,050 | 0,040 | 0,059 | 0,068 | 0,118 | 0,034 | 0,048 | 0,060 |
| | Validation | 0,143 | 0,141 | 0,300 | 0,381 | 0,303 | 0,419 | 0,161 | 0,464 | 0,046 | 0,059 | 0,242 |
| Comparaisons Point / point | Total | 0,318 | 0,347 | 0,392 | 0,430 | 0,447 | 0,623 | 0,772 | 0,931 | 0,582 | 0,245 | 0,509 |
| | Validation | 0,428 | 0,563 | 0,859 | 0,858 | 0,655 | 0,863 | 1,053 | 1,317 | 0,924 | 0,223 | 0,774 |

# Performances numériques

- 16GB RAM, 8 processeurs 1.2GH:

  Apprentissage et optimisation complète en
  ~7h30 pour BATS

  ~4h45 pour ARAMIS

  Reconstruction d’un série totale

  Temps < 1 minute

- Morel => Gaussiennes pour CHL
  - Estimation de la MLD.