

**SUJET UE MVA 902 : Test n°2**

**Mise à niveau en maths (2) :  
les fonctions usuelles**

Année universitaire 2015-2016

Examen 1ère session : 26/03/2016

Responsable : *TOUZÉ RODOLPHE*

Durée : 2 heures

Tous documents autorisés  
(notes de cours et d'ED)  
Toute calculatrice autorisée.

**Les téléphones mobiles et autres équipements communicants  
doivent être éteints et rangés dans les sacs pendant toute la durée de l'épreuve.**

Sujet de 2 pages, celle-ci comprise.

→ Vérifiez que vous disposez bien de la totalité des pages du sujet en début d'épreuve et signalez tout problème de reprographie le cas échéant.

Important : Remplissez l'en-tête de toutes vos pages selon le modèle suivant :

MVA902	Test n°2
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (6 chiffres)
Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant : R. Touzé

*L'étude complète d'une fonction  $f$  correspond à l'ensemble des actions suivantes :  
détermination du domaine de définition, étude de la périodicité et de la parité, calcul des limites aux bornes du domaine d'étude, asymptotes éventuelles, détermination du sens de variation, dressage du tableau de variation complet, intersection avec les axes du repère, concavité, équations des tangentes aux points d'abscisses déterminées, tracé soigné du graphe de la fonction  $f$  et des différentes tangentes, asymptotes ...*

### Exercice 1

$f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x \cdot e^{-2x}$

1°) Etude complète de la fonction  $f$

2°) Résoudre  $f(x) = -1$ .

### Exercice 2

$g$  est définie par  $g(x) = \tan(x)$

1°) Etude complète de la fonction  $g$

2°) Pour  $x \in \mathbb{R}$ , résoudre  $g(x) = 1$

3°) Montrez que  $\forall x \in \mathbb{R}, \quad \text{Arcsin}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right) = \text{Arctan}(x)$

4°)  $\forall x \in \mathbb{R}, \quad h(x) = \text{Arctan}(x)$  et  $y = h(x)$

Montrez par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}^*,$  pour tout  $x$  réel,  $h^{(n)}(x) = (n-1)! \cos^n y \sin(ny + n\frac{\pi}{2})$

5°) Calculez  $h^{(n)}(0), h^{(2n)}(0), h^{(2n+1)}(0)$

6°) En déduire un encadrement de  $\text{Arctan}(x)$  au voisinage de 0 par deux polynômes de degrés respectifs trois et cinq.

7°) Montrez que  $\forall x \in \mathbb{R}^+ - \{0\}, \quad \text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$

\*\*\*\*\*

→ Vérifiez que vous disposez bien de la totalité des pages du sujet en début d'épreuve et signalez tout problème de reprographie le cas échéant.