Exercice 1 :

(S) : $\begin{cases} y(\bar x \vee z) \vee z\bar t = 1 \\ x(\bar z \vee \bar y t) = 0 \\ x\bar z = t\bar y \end{cases}$

1. A l'aide de la méthode du cours :
   (a) $y(\bar x \vee z) \vee z\bar t = 1 \iff y\bar x \vee yz \vee z\bar t = 1$
   (b) $x(\bar z \vee \bar y t) = 0 \iff \overline{x(\bar z \vee \bar y t)} = 1 \iff \bar x \vee \overline{(\bar z \vee \bar y t)} = 1 \iff \bar x \vee (z\overline{\bar y t}) = 1 \iff \bar x \vee z(y \vee \bar t) = 1$
   $\iff \bar x \vee zy \vee z\bar t = 1$
   (c) $x\bar z = t\bar y \iff x\bar z t\bar y \vee \overline{x\bar z}\ \overline{t\bar y} = 1 \iff x\bar z t\bar y \vee (\bar x \vee z)(\bar t \vee y) = 1 \iff x\bar z t\bar y \vee \bar x\bar t \vee \bar x y \vee z\bar t \vee zy = 1$

   Posons $A = y\bar x \vee yz \vee z\bar t$, $B = \bar x \vee zy \vee z\bar t$ et $C = x\bar z t\bar y \vee \bar x\bar t \vee \bar x y \vee z\bar t \vee zy$
   (S)$\iff ABC = 1$
   En utilisant les propriété d'absorption, le fait que $e\bar e = 0$ et que $ee = e$, on obtient :
   $AB = \bar x y \vee yz \vee z\bar t$ puis $ABC = \bar x y \vee yz \vee z\bar t$
   Les solutions sont donc les quadruplets (x, y, z, t) tels que $\bar x y = 1$ ou $yz = 1$ ou $z\bar t = 1$

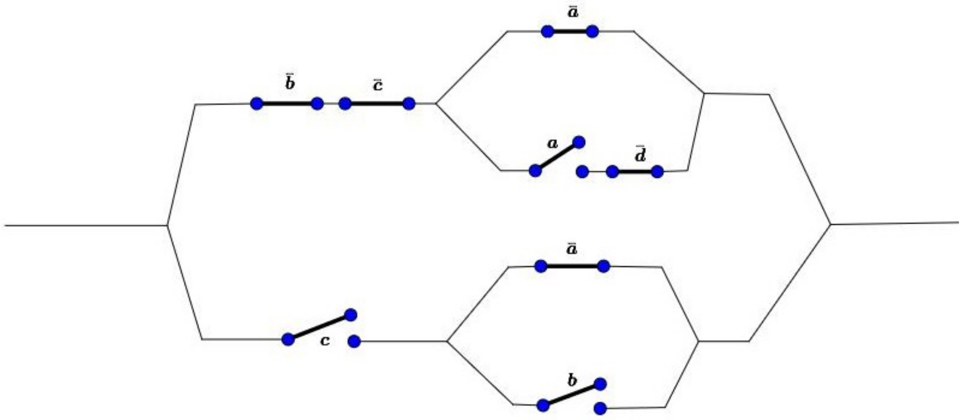
   Voici donc les 8 solutions :

x	y	z	t
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	0
1	1	1	1

2.

x	y	z	t	$y(\bar x \vee z)$	$z\bar t$	$y(\bar x \vee z) \vee z\bar t$	(Eq1)	$\bar z \vee \bar y t$	$x(\bar z \vee \bar y t)$	(Eq2)	$x\bar z$	$t\bar y$	(Eq3)	(S)
0	0	0	0	0	0	0	non	1	0	oui	0	0	oui	non
0	0	0	1	0	0	0	non	1	0	oui	0	1	non	non
0	0	1	0	0	1	1	oui	0	0	oui	0	0	oui	oui
0	0	1	1	0	0	0	non	1	0	oui	0	1	non	non
0	1	0	0	1	0	1	oui	1	0	oui	0	0	oui	oui
0	1	0	1	1	0	1	oui	1	0	oui	0	0	oui	oui
0	1	1	0	1	1	1	oui	0	0	oui	0	0	oui	oui
0	1	1	1	1	0	1	oui	0	0	oui	0	0	oui	oui
1	0	0	0	0	0	0	non	1	1	non	1	0	non	non
1	0	0	1	0	0	0	non	1	1	non	1	1	oui	non
1	0	1	0	0	1	1	oui	0	0	oui	0	0	oui	oui
1	0	1	1	0	0	0	non	1	1	non	0	1	non	non
1	1	0	0	0	0	0	non	1	1	non	1	0	non	non
1	1	0	1	0	0	0	non	1	1	non	1	0	non	non
1	1	1	0	1	1	1	oui	0	0	oui	0	0	oui	oui
1	1	1	1	1	0	1	oui	0	0	oui	0	0	oui	oui

Exercice 2 :



1. La fonction de transmission f du circuit est $f(a,b,c,d) = \bar{b}\bar{c}(\bar{a} \vee a\bar{d}) \vee c(\bar{a} \vee b)$

2. Table de vérité de f :

a	b	c	d	$\bar{b}\bar{c}(\bar{a} \vee ad)$	$c(\bar{a} \vee b)$	f
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1

3. La forme canonique disjonctive de f est la somme booléenne des mintermes :
$f(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}d \vee \bar{a}\bar{b}c\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}cd \vee \bar{a}bc\bar{d} \vee \bar{a}bcd \vee a\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee abc\bar{d} \vee abcd$

4. Représentation de f dans le tableau de Karnaugh :

	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	
c		X	X	X	$\bar{d}$
c		X	X	X	d
$\bar{c}$				X	d
$\bar{c}$	X			X	$\bar{d}$
	a	a	$\bar{a}$	$\bar{a}$	

Il y a quatre grosses cellules représentées ci-dessous :

Grosse cellule A :

	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	
c		X	X		$\bar{d}$
c		X	X		d
$\bar{c}$					d
$\bar{c}$					$\bar{d}$
	a	a	$\bar{a}$	$\bar{a}$	

Grosse cellule B :

	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	
c				X	$\bar{d}$
c				X	d
$\bar{c}$				X	d
$\bar{c}$				X	$\bar{d}$
	a	a	$\bar{a}$	$\bar{a}$	

Grosse cellule C :

	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	
c					$\bar{d}$
c					d
$\bar{c}$					d
$\bar{c}$	X			X	$\bar{d}$
	a	a	$\bar{a}$	$\bar{a}$	

Grosse cellule D :

	$\bar{b}$	b	b	$\bar{b}$	
c			X	X	$\bar{d}$
c			X	X	d
$\bar{c}$					d
$\bar{c}$					$\bar{d}$
	a	a	$\bar{a}$	$\bar{a}$	

Les grosses cellules A et C doivent être sélectionnées. On complète ensuite avec B.
On obtient alors : $f(a,b,c,d) = bc \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a}\bar{b}$

5. Pour diminuer les nombre d'interrupteurs, on factorise l'expression précédente en :
   $f(a, b, c, d) = bc \vee \bar{b}(\bar{c}\bar{d} \vee \bar{a})$