

STA101

ED 4

Analyse en composantes principales

Exercice 1

Six personnes ont été invitées à noter de 0 à 6, l'importance qu'elles accordaient dans un séjour au ski selon les trois critères suivants : qualité des animations nocturnes proposées par la station N , qualité du domaine skiable S , et altitude de la station A . Nous obtenons les notes suivantes :

Individu	N	S	A
Laure	4	5	5
Delphine	2	6	6
Loana	6	4	4
Christophe	0	5	3
Jean Edouard	4	3	1
Aziz	2	1	5

Partie 1

1. Calculer les moyennes des 3 variables. En déduire la matrice Y des données centrées.

Pour simplifier les calculs, on travaillera sur la matrice Y , avec la métrique $M = I$.

2. Calculer la matrice $V = Y'DY$ de variance covariance.
3. Diagonaliser cette matrice, et en déduire les deux premiers facteurs principaux.
4. Donner l'inertie totale du nuage de point.
Quelle est l'inertie portée par le premier axe principal ?
Quelle est l'inertie portée par le premier plan principal ?
5. Calculer les deux premières composantes principales.
6. Représenter graphiquement les 6 individus sur un plan composé des deux premiers axes principaux.
7. Calculer les corrélations entre les variables N , S et A , et les composantes principales.
En déduire le cercle des corrélations.
8. Calculer les \cos^2 et les contributions des 6 individus.
9. Que peut-on déduire sur les 6 individus ?

Partie 2

1. Benjamin a répondu au questionnaire et a donné les notes suivantes : 6, 5 et 3.
Placer Benjamin sur le plan factoriel 1-2.
2. Les 6 premiers individus ont répondu également à la question suivante : "Combien êtes vous prêt à dépenser pour une semaine au ski ?"

Individu	Prix
Laure	4000
Delphine	2500
Loana	6000
Christophe	1800
Jean Edouard	4500
Aziz	3000

La variable Prix est considérée comme supplémentaire.
Placer la variable Prix sur le cercle des corrélations.