

Méthodes de décomposition de domaine hétérogènes

Véronique Martin

`veronique.martin@u-picardie.fr`

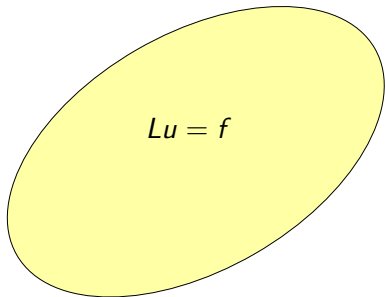
LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, France

Introduction

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Problème à résoudre


$$Lu = f$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

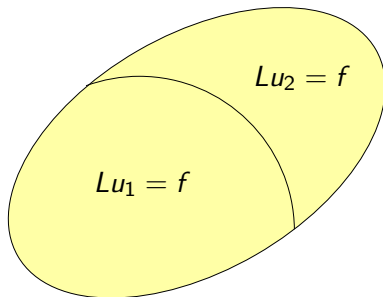
Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Introduction

Décomposition de domaine



Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

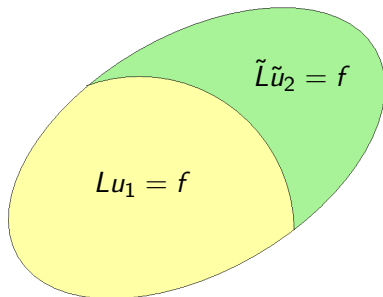
Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Décomposition de domaine hétérogène



avec $\tilde{L} \simeq L$.

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

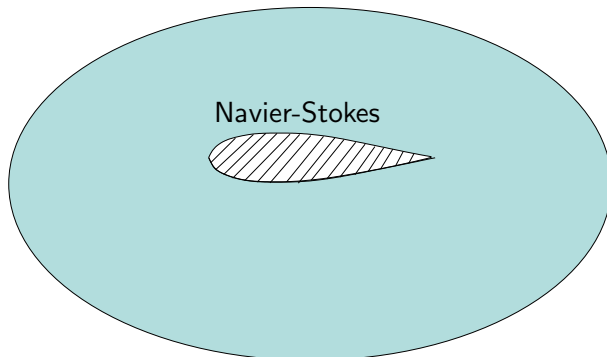
Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Introduction

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin



Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Introduction

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

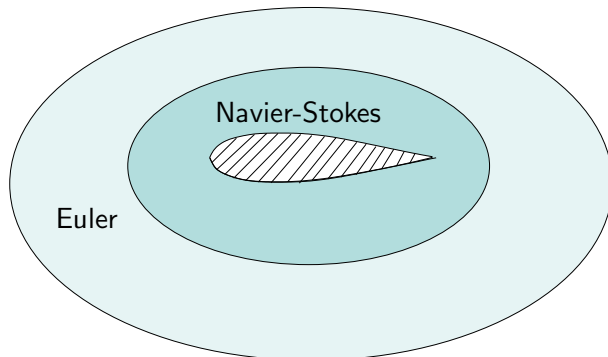
Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives



Introduction

Problématique de l'EDF

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives



Thèse de Manel Tayachi

Introduction

Problématique de l'EDF

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives



Thèse de Manel Tayachi

Outline

Introduction

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Problème modèle

Contrôle Optimal

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Qualité du couplage

$a > 0$

Perspectives

Perspectives

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

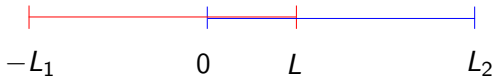
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Illustration sur un problème modèle

Equation d'advection diffusion

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ad}u &:= -\nu u'' + au' + cu = f && \text{sur } (-L_1, L_2) \\ u &= g_1 && \text{en } x = -L_1 \\ \mathcal{B}u &= 0 && \text{en } x = L_2\end{aligned}$$



Equation d'advection diffusion

Equation d'advection

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ad}u_{ad} &= f && \text{dans } (-L_1, L) \\ u_{ad} &= g_1 && \text{en } x = -L_1\end{aligned} \quad \mathcal{L}_a u_a := au'_a + cu_a = f \text{ on } (0, L_2)$$

Comment coupler ces deux problèmes?

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

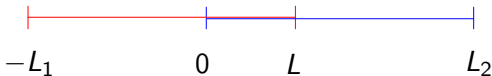
Perspectives

Illustration sur un problème modèle

Dinh, Glowinski, Periaux, Terrasson (1988):

Equation d'advection diffusion

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ad}u &:= -\nu u'' + au' + cu = f && \text{sur } (-L_1, L_2) \\ u &= g_1 && \text{en } x = -L_1 \\ \mathcal{B}u &= 0 && \text{en } x = L_2\end{aligned}$$



Equation d'advection diffusion

Advection equation

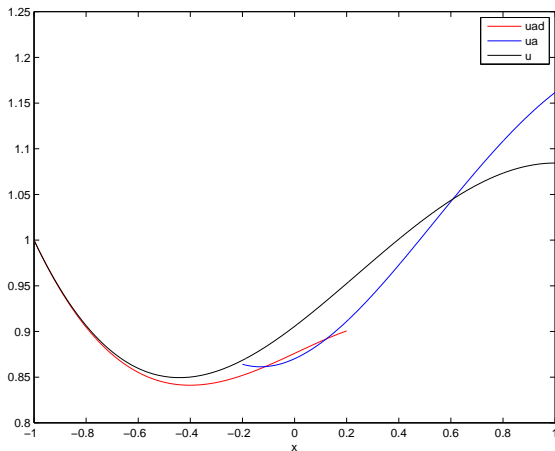
$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ad}u_{ad} &= f && \text{dans } (-L_1, L) \\ u_{ad} &= g_1 && \text{en } x = -L_1 \\ u_{ad} &= \psi && \text{en } x = L\end{aligned} \quad \begin{aligned}\mathcal{L}_a u_a &:= au'_a + cu_a = f && \text{on } (0, L_2) \\ u_a &= \tau && \text{en } x = 0\end{aligned}$$

Comment déterminer ψ et τ ?

Approche moindres carrés

Idée de Dinh, Glowinski, Periaux, Terrasson (1988):

$$\|u_{ad}(\psi) - u_a(\tau)\|_{(0,L)} \rightarrow \min$$



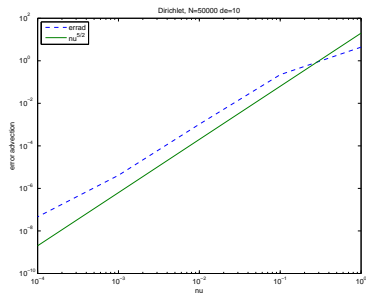
$\nu = 0.5, N = 1000, L = 100h$

Qualité de ce couplage

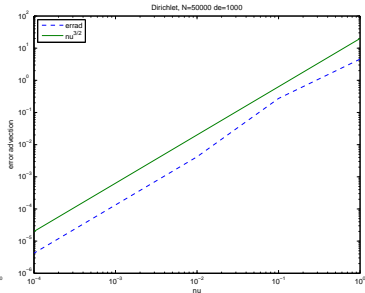
On évalue ce couplage pour ν petit en comparant la solution couplée à la solution visqueuse.

$$f = \cos x + \sin x, a = 1, c = 1, L_1 = 1, L_2 = 1, g_1 = 1, \mathcal{B} = \partial_x$$

Discrétisation par diff. fines centrées, $N = 100000$ points:



$$L = 10h, \|e_{ad}\| \sim \nu^{5/2}$$



$$L = 1000h, \|e_{ad}\| \sim \nu^{3/2}$$

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

**Méthode de
perturbations
singulières**

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

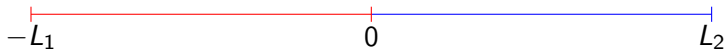
Perspectives

Illustration sur un problème modèle

Gastaldi, Quarteroni (1989):

Equation d'advection diffusion

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ad}u &:= -\nu u'' + au' + cu = f && \text{sur } (-L_1, L_2) \\ u &= g_1 && \text{en } x = -L_1 \\ \mathcal{B}u &= 0 && \text{en } x = L_2\end{aligned}$$



Equation d'advection diffusion

Advection equation

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ad}u_{ad} &= f && \text{dans } (-L_1, L) \\ u_{ad} &= g_1 && \text{en } x = -L_1\end{aligned} \quad \mathcal{L}_a u_a := au'_a + cu_a = f \text{ on } (0, L_2)$$

Conditions de couplage Variationnelles:

$$\begin{aligned}u_{ad}(0) &= u_a(0), \\ u'_{ad}(0) &= 0,\end{aligned}$$

Illustration sur un problème modèle

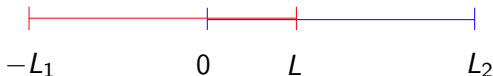
Gastaldi, Quarteroni (1989):

Equation d'advection diffusion

$$\mathcal{L}_{ad}u := -\nu u'' + au' + cu = f \quad \text{sur } (-L_1, L_2)$$

$$u = g_1 \quad \text{en } x = -L_1$$

$$\mathcal{B}u = 0 \quad \text{en } x = L_2$$



Equation d'advection diffusion

Advection equation

$$\mathcal{L}_{ad}u_{ad} = f \quad \text{dans } (-L_1, L) \quad \mathcal{L}_a u_a := au'_a + cu_a = f \quad \text{on } (0, L_2)$$

$$u_{ad} = g_1 \quad \text{en } x = -L_1$$

Conditions de couplage Non Variationnelles:

$$u_{ad}(0) = u_a(0),$$

$$u'_{ad}(0) = u'_a(0),$$

Théorème (Gander, Halpern, Japhet, V.M. (2008))

*Pour $a > 0$, l'erreur entre la solution visqueuse u et la solution couplée satisfait pour les conditions de couplage **variationnelles**:*

$$\|u - u_{ad}\|_2 = O(\nu^{3/2}), \quad \|u - u_a\|_2 = O(\nu),$$

*et pour les conditions de couplage **non-variationnelles**:*

$$\|u - u_{ad}\|_2 = O(\nu^{5/2}), \quad \|u - u_a\|_2 = O(\nu).$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Résumé : estimations d'erreur $a > 0$

Contrôle Optimal



Conditions variationnelles



Conditions non variationnelles



Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
**Méthode de
perturbations
singulières**

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Problème à résoudre

Equation d'advection-diffusion $a > 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t u - \nu \partial_x^2 u + a \partial_x u + cu = f \quad \text{in } (-L_1, L_2) \times (0, T), \\ u(-L_1, \cdot) = g_1 \quad \text{on } (0, T), \\ \mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = 0 \quad \text{on } (0, T), \\ u(x, 0) = u_0 \quad \text{on } (-L_1, L_2), \end{array} \right. \quad (1)$$

avec

$$f(x, t) = f_1(t)f_2(x, t),$$

$$f_1(t) = (\sin^4(4\pi(t - t_0)) + \sin^4(2\pi(t - t_0))/2)\chi_{t>0.1},$$

$$f_2(x, t) = e^{-100x^2/4} + e^{-100(x-t/4-0.4)^2} + e^{-100(x+t/2+0.4)^2}.$$

et

$$u_0(x) = e^{-100(x-x_0)^2}, \text{ with } x_0 = -0.6.$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Problème à résoudre

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

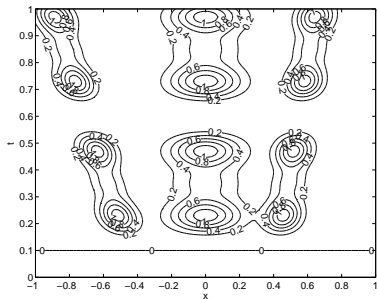
Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

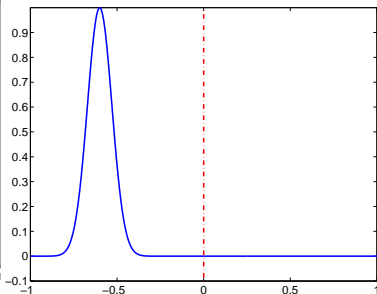
Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives



Second membre



Condition initiale

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

**Factorisation de
l'opérateur**

Qualité du couplage
 $a > 0$

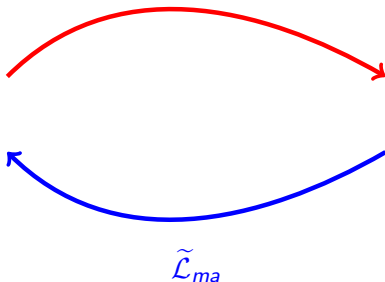
Perspectives

Factorisation de l'opérateur

Soit $\mathcal{L}_{ad}u := \partial_t u - \nu \partial_{xx} u + a \partial_x u + cu$.

Si \mathcal{L}_{ad} se factorise sous la forme: $\mathcal{L}_{ad} := \tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a$ avec:

$$\mathcal{L}_a := \partial_t + a \partial_x + c$$



Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodesProblème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulièresCas instationnaire:
Nouvelle méthodePosition du problème
**Factorisation de
l'opérateur**
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Factorisation de l'opérateur

Problème visqueux:

$$\begin{array}{c} \tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a u = f \\ \hline u(-L_1, \cdot) = g_1 \qquad \mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = 0 \end{array}$$

Factorisation de l'opérateur

Problème visqueux:

$$\begin{array}{c} \tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a u = f \\ \hline u(-L_1, \cdot) = g_1 \qquad \mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = 0 \end{array}$$

Factorisation de l'opérateur

Problème visqueux:

$$\tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a u = f$$

$u(-L_1, \cdot) = g_1$ $\mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = 0$

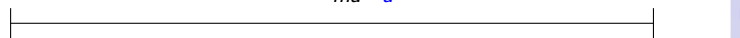
Problème couplé: $\mathcal{L}_a u = u_{ma}$

$u_{ma}(L_2, \cdot) = 0$

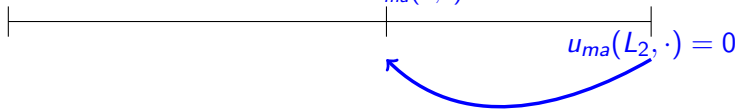
$$\tilde{\mathcal{L}}_{ma} u_{ma} = f$$

Factorisation de l'opérateur

Problème visqueux:

$$\tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a u = f$$


Problème couplé: $\mathcal{L}_a u = u_{ma}$



$$\tilde{\mathcal{L}}_{ma} u_{ma} = f$$

Factorisation de l'opérateur

Problème visqueux:

$$\tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a u = f$$

$u(-L_1, \cdot) = g_1$ $\mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = 0$

Problème couplé: $\mathcal{L}_a u = u_{ma}$

$$\mathcal{L}_{ad} u_{ad} = f$$

$\mathcal{L}_a u_{ad}(0, \cdot) = u_{ma}(0, \cdot)$ $u_{ma}(L_2, \cdot) = 0$

$$\tilde{\mathcal{L}}_{ma} u_{ma} = f$$

Problème visqueux

$$\begin{cases} \tilde{\mathcal{L}}_{ma} \mathcal{L}_a u = f & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ u(-L_1, \cdot) = g_1 & \text{on } (0, T), \\ \mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = g_2 & \text{on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$

Algorithme

$$\begin{cases} \tilde{\mathcal{L}}_{ma} u_{ma} = f & \text{in } \Omega_2 \times (0, T), \\ u_{ma}(L_2, \cdot) = g_2 & \text{on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases} \quad \begin{cases} \mathcal{L}_{ad} u_{ad} = f & \text{in } \Omega_1 \times (0, T), \\ u_{ad}(-L_1, \cdot) = g_1 & \text{on } (0, T), \\ \mathcal{L}_a u_{ad}(0, \cdot) = u_{ma}(0, \cdot) & \text{on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
**Factorisation de
l'opérateur**
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Algorithme dans le cas instationnaire

L'équation:

$$\mathcal{L}_{ad}u_{ad} := \frac{\partial u_{ad}}{\partial t} + a \frac{\partial u_{ad}}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u_{ad}}{\partial x^2} + cu_{ad} = f.$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
**Factorisation de
l'opérateur**
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Algorithme dans le cas instationnaire

L'équation:

$$\mathcal{L}_{ad} u_{ad} := \frac{\partial u_{ad}}{\partial t} + a \frac{\partial u_{ad}}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u_{ad}}{\partial x^2} + c u_{ad} = f.$$

Transformée de Laplace: ($s \longleftrightarrow t$)

$$\widehat{\mathcal{L}}_{ad} = -\nu(\partial_x - \lambda^+)(\partial_x - \lambda^-)$$

avec

$$\lambda^\pm = \frac{1}{2\nu} (a \pm \sqrt{a^2 + 4\nu(c + s)})$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
**Factorisation de
l'opérateur**
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Algorithme dans le cas instationnaire

L'équation:

$$\mathcal{L}_{ad} u_{ad} := \frac{\partial u_{ad}}{\partial t} + a \frac{\partial u_{ad}}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u_{ad}}{\partial x^2} + c u_{ad} = f.$$

Transformée de Laplace: ($s \longleftrightarrow t$)

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{L}}_{ad} &= -\nu(\partial_x - \lambda^+)(\partial_x - \lambda^-) \\ &= -\nu(\partial_x - \lambda_{app}^+)(\partial_x - \lambda_{app}^-) + \hat{\mathcal{R}}(s)\end{aligned}$$

avec

$$\lambda^\pm = \frac{1}{2\nu} \left(a \pm \sqrt{a^2 + 4\nu(c + s)} \right)$$

$$\lambda_{app}^+ = \frac{a}{\nu} + \frac{c + s}{a}$$

$$\lambda_{app}^- = -\frac{c + s}{a}$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur
Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Algorithme exact

Problème visqueux

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{ma}\mathcal{L}_a u = \frac{a^2}{\nu} f + \mathcal{R}u & \text{in } \Omega \times (0, T), \\ u(-L_1, \cdot) = g_1 & \text{on } (0, T), \\ \mathcal{L}_a u(L_2, \cdot) = g_2 & \text{on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$

Algorithme


$$\begin{cases} \mathcal{L}_{ma} u_{ma} = \frac{a^2}{\nu} f + \mathcal{R}u & \text{in } \Omega_2 \times (0, T), \\ u_{ma}(L_2, \cdot) = g_2 & \text{on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases} \quad \begin{cases} \tilde{\mathcal{L}}_{ma}\mathcal{L}_a u_{ad} = f & \text{in } \Omega_1 \times (0, T), \\ u_{ad}(-L_1, \cdot) = g_1 & \text{on } (0, T), \\ \mathcal{L}_a u_{ad}(0, \cdot) = u_{ma}(0, \cdot) & \text{on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$


avec


$$\mathcal{R} = (\partial_t + c)^2$$

$$\mathcal{L}_{ma} = \partial_t - a\partial_x + c + \frac{a^2}{\nu}$$

Algorithme de couplage

$$\begin{cases} \mathcal{L}_a u_a^k = f \text{ in } \Omega_2 \times (0, T), \\ u_a^k(0, \cdot) = u_{ad}^{k-1}(0, \cdot) \text{ on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$


$$\begin{cases} \mathcal{L}_{ma} u_{ma}^k = \frac{a^2}{\nu} f + \mathcal{R} u_a^k \text{ in } \Omega_2 \times (0, T), \\ u_{ma}^k(L_2, \cdot) = g_2 \text{ on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$


$$\begin{cases} \mathcal{L}_{ad} u_{ad}^k = f \text{ in } \Omega_1 \times (0, T), \\ u_{ad}^k(-L_1, \cdot) = g_1 \text{ on } (0, T), \\ \mathcal{L}_a u_{ad}^k(0, \cdot) = u_{ma}^k(0, \cdot) \text{ on } (0, T), \\ + C.I. \end{cases}$$


Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Théorème 1 (L. Halpern, M.J. Gander, V.M. (2014))

Pour des données C^∞ à support compact, on a :

$$\|u - u_a^1\|_{L^2_{x,t}} \leq \mathcal{O}(1), \quad (2)$$

$$\|u - u_{ad}^1\|_{L^2_{x,t}} \leq \mathcal{O}(\nu^{5/2}). \quad (3)$$

Théorème 2 (L. Halpern, M.J. Gander, V.M. (2014))

Pour des données C^∞ à support compact, on a :

$$\|u - u_a^2\|_{L^2_{x,t}} \leq \mathcal{O}(\nu), \quad (4)$$

$$\|u - u_{ad}^2\|_{L^2_{x,t}}^2 \leq \mathcal{O}(\nu^4). \quad (5)$$

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

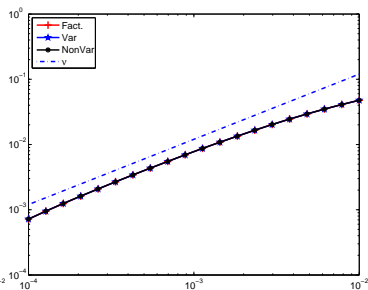
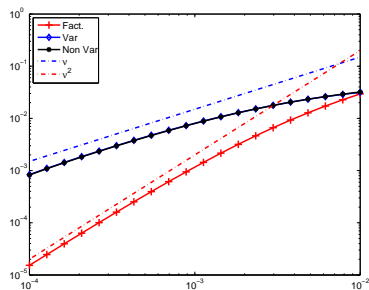
Perspectives

Qualité du couplage $a < 0$

L. Halpern, M.J. Gander, M.V. (2014)

Pour des données C^∞ à support compact:

$$\|u - u_a^1\|_{L^2_{x,t}} \lesssim \nu, \quad \|u - u_{ad}\|_{L^2_{x,t}} \lesssim \nu^2.$$



Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle
Contrôle Optimal
Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème
Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

Outline

Introduction

Cas stationnaire: comparaison de méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de perturbations singulières

Cas instationnaire: Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de l'opérateur

Qualité du couplage $a > 0$

Perspectives

Méthodes de
décomposition de
domaine
hétérogènes

Véronique Martin

Introduction

Cas stationnaire:
comparaison de
méthodes

Problème modèle

Contrôle Optimal

Méthode de
perturbations
singulières

Cas instationnaire:
Nouvelle méthode

Position du problème

Factorisation de
l'opérateur

Qualité du couplage
 $a > 0$

Perspectives

- ▶ Pour le problème modèle : cas 2D instationnaire.
- ▶ Couplage Navier-Stokes/Saint Venant.
- ▶ Couplage au niveau discret (frontières ouvertes).