CNAM UE MVA 210 Ph. Durand Algèbre et analyse tensorielle TD 7: Intégration des formes différentielles

Jeudi 16 novembre 2006

Exercice 1

On donne φ définie par;

$\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$(\rho, \theta) \mapsto (\rho cos\theta, \rho sin\theta)$

1)Trouver l'image réciproque des formes différentielles suivantes:

$\alpha = \frac{xdy - ydx}{x^2+y^2}, \beta = d\alpha$

2)Trouver l'image réciproque de la forme différentielle: $\gamma = dx \wedge dy$.

Exercice 2

On donne φ définie par;

$\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$(\rho, \theta, z) \mapsto (\rho cos\theta, \rho sin\theta, z))$

Trouver l'image réciproque de la forme différentielle: $\gamma = dx \wedge dy \wedge dz$.

Exercice 3

On donne φ définie par;

$\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$(\rho, \theta, \varphi) \mapsto (\rho sin\theta cos\phi, \rho sin\theta sin\phi, cos\theta)$

1)Trouver l'image réciproque de la forme différentielle: $\alpha = xdy - ydx$.

2)Trouver l'image réciproque de la forme différentielle: $\beta = zdx \wedge dy$.

3) determiner $d\beta$ et en deduire:

$\varphi^*(dx \wedge dy \wedge dz)$.

Exercice 4

On considère le paramétrage "classique":

$\varphi : D \to \mathbb{R}^3$: $(x, y) \mapsto (x, y, f(x, y))$

Donner l'expression de l'intégrale de surface dans ce paramêtrage.

Exercice 5

Determiner le flux de $\overrightarrow{V}(y, x, 2 - 2x - 2y)$ à travers la surface du triangle $(2x + y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0; z \geq 0)$