Projet du cours CSC217

Philippe Destuynder
Calcul Scientifique CNAM Paris 292 rue saint Martin 75003
mél: destuynd@cnam.fr

11 décembre 2007

Figure 1. *Airbus A380 : Premier vol*

Introduction

Ce projet consiste en une étude simplifiée d'éventuelles instabilités qui pourraient survenir sur une voilure portante comme celle d'un avion de transport. Mais bien entendu la réalité est simplifiée de façon à permettre de réaliser le projet dans un délai assez court et en utilisant des versions allégées de matlab. Il vous est demandé de rédiger les réponses aux questions de façon à faire apparaître vos résultats comme un rapport d'étude et non pas une copie d'examen. Pour cela vous utiliserez latex comme traitement de texte et vous devrez effectuer une présentation d'environ 10mn en février 2008 qui utilisera beamer (lociciels libres). Les courbes devront être incorporées à partir de graphiques matlab. Il est souhaitable que chacun travaille indépedamment car sur un tel petit projet cela me semble la seule façon de bien maîtriser le sujet. Si vous avez des questions vous pouvez soit m'envoyer un mail, soit contacter un enseignant de l'équipe de calcul scientifique, par exemple pour l'utilisation de Latex, de beamer ou/et de matlab. Des animations lors de la présentation seraient les bienvenues. Mais pour bien faire générer des film directement dans beamer avec movie et le package multimedia.

Bon courage à tous et joyeuses fêtes de fin d'année 2007 !

Philippe Destuynder destuynd@cnam.fr

Le modèle de voilure

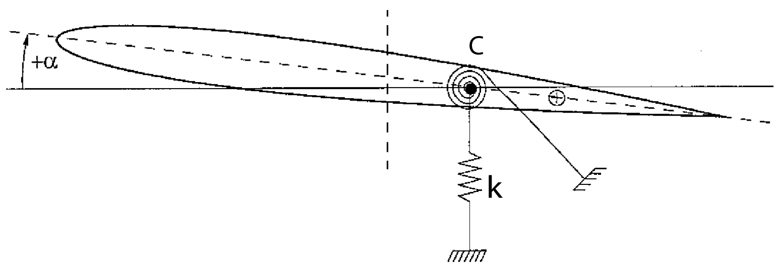

Figure 2. *Montage de l'aile étudiée*

On considère une section droite d'une aile d'avion placée dans un écoulement comme il est indiqué sur la figure 2. Les courbes de portance et de moment de tangage sont supposées connues analytiquement et sont donnés en (1) (les coefficients A, B, C, D et E sont tous positifs et ils sont donnés plus loin lorsque l'angle de tangage α est en degrés, mais dans les applications il conviendra de les convertir pour des angles en radians).

Posons :

$$\begin{cases} C_z(\alpha) = A\alpha - B\alpha^2, \\ C_{m0}(\alpha) = C\alpha - D\alpha^2 + E\alpha^3. \end{cases} \tag{1}$$

Le coefficient de tangage C_{m0} est exprimé au point O de la figure 2 qui correspond à la fixation de l'aile sur les deux ressorts de traction et de flexion. L'angle de calage (ressort de flexion au repos) est noté α_0, il prend en compte l'équilibre sous l'effet du poids de l'aile. Les équations du mouvement de l'aile sont les suivantes où les deux inconnues sont α (écart angulaire avec α_0) et z (déplacement vertical) :

$$\begin{cases} J_0\ddot{\alpha} + md\ddot{z} + [c - \dfrac{\partial M_0}{\partial \alpha}(\alpha_0)]\alpha = M_0(\alpha_0), \\ \\ md\ddot{\alpha} + m\ddot{z} + kz - \dfrac{\partial F_z}{\partial \alpha}(\alpha_0)\alpha = F_z(\alpha_0). \end{cases} \tag{2}$$

Dans ces expressions le moment de tangage et la force ascencionnelle sont données par (S est une surface de référence, L une longueur, ϱ la masse volumique de l'air et V la vitesse de l'écoulement à l'infini amont) :

$$M_0(\alpha) = \frac{1}{2}\varrho SLV^2 C_{m0}(\alpha) \text{ et } F_z(\alpha) = \frac{1}{2}\varrho SV^2 C_z(\alpha) \tag{3}$$

On ne discutera pas de la validité de ces expressions dans lesquelles il manque un terme de couplage gyroscopique (voir cours). On utilisera les valeurs suivantes pour l'étude :

$$\left| \begin{array}{l} A = 0.15\ deg^{-1},\ \ B = 0,004\ deg^{-2},\ \ C = 0,0001\ deg^{-1}, \\ \\ D = 5\ 10^{-6}\ deg^{-2},\ \ E = 10^{-7}\ deg^{-1}, \\ \\ m = 1\ \ kg,\ J_0 = 10^{-3}\ kg\ m^{-2},\ \ S = 10^{-1}\ m^{-2},\ \ L = 1\ m,\ \ d = 5\ 10^{-2} m. \end{array} \right. \tag{4}$$

Les coefficients de raideur des ressorts c et k, sont des paramètres de l'étude. On choisira $c > \dfrac{\partial M_{m0}}{\partial \alpha}(\alpha_0)$. On justifiera la domaines de variation choisis pour ces grandeurs, par exemple en justifiant que le ressort de traction s'allonge d'un millimètre pour une force de dix Newton.

Le sujet du projet consiste à étudier la stabilité du modèle (2) en fonction de c et k. Pour cela on cherchera des solutions du système homogène (sans second membre) sous la forme suivante :

$$X = \begin{pmatrix} \alpha \\ \\ z \end{pmatrix} = e^{i\mu t} \begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \\ \hat{z} \end{pmatrix} \tag{5}$$

où :

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \\ \hat{z} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2,\ \ \mu \in \mathbb{C}. \tag{6}$$

Ainsi μ apparaît comme solution de l'équation caractéristique suivante :

$$det[-\mu^2 \begin{pmatrix} J_0 & md \\ \\ md & m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c - \dfrac{\partial M_0}{\partial \alpha}(\alpha_0) & 0 \\ \\ -\dfrac{\partial F_z}{\partial \alpha}(\alpha_0) & k \end{pmatrix}] = 0. \tag{7}$$

On tracera dans le plan c, k les zones stables et instables pour différentes valeurs de α_0 et on effectuera des simulations numériques de l'équation (2) pour chaque région en choisissant des conditions initiales variables mais choisies de façon à avoir une réalité physique.