le cnam **Cours d'Analyse et Calcul Matriciel**

Devoir numéro 2

A rendre pour la séance 7, le 09 novembre 2016

- **1) Une série alternée**

On considère la série de terme général $u_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \mathrm{e}^{-x} \sin x \, \mathrm{d}x$.

a) Montrer que u_n peut s'écrire comme le terme général d'une série alternée (dont on précisera l'expression). En déduire la nature de la série.

Indication : On pourra donner un encadrement de la valeur absolue de u_n et considérer les valeurs paires et impaires de n.

b) Calculer u_0, en déduire u_n et exprimer u_n en fonction de u_0.

c) En déduire la valeur de la somme $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$.

- **2) Une suite de fonctions**

On pose $f_n(t) = \dfrac{nt}{1+nt}, \quad t \in [0, 1]$.

a) Etudier la convergence simple de cette suite de fonctions lorsque l'entier n tend vers l'infini et $t \in [0, 1]$.

b) Etudier la convergence uniforme de cette suite de fonctions lorsque l'entier n tend vers l'infini et $t \in [0, 1]$.

- **3) Une autre suite de fonctions**

On considère la suite $f_n(t)$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_n(t) = \left(\sqrt{2} + nt\right) \mathrm{e}^{-n^2 t^2}$.

a) Etudier rapidement la fonction f_n pour n fixé et $t \in \mathbb{R}$.

b) Etudier la convergence simple de cette suite de fonctions lorsque l'entier n tend vers l'infini et $t \in \mathbb{R}$.

b) Etudier la convergence uniforme de cette suite de fonctions lorsque l'entier n tend vers l'infini et $t \in \mathbb{R}$.

François Dubois et Chloé Mimeau, 26 octobre 2016.