

Devoir 2

---

**Exercice 1**

On étudie la série numérique de terme général (avec  $n \geq 2$ ) :

$$u_n = \frac{1}{(n-1)^\alpha} + \frac{1}{(n+1)^\alpha} - \frac{2}{n^\alpha}$$

- 1°) En distinguant les cas  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = -1$  et  $\alpha \notin \{-1; 0\}$ , étudier la convergence de cette série numérique. (on pensera à utiliser la technique des développements limités, ainsi qu'un équivalent adéquat)
- 2°) En donnant une expression de  $S_N$  (la somme partielle de rang  $N$ ,  $N \geq 2$ ), calculer la somme de la série, quand elle converge.

**Exercice 2**

On étudie la série numérique de terme général :  $u_n = \ln \left( 1 + \frac{2}{n(n+3)} \right)$ .

- 1°) Démontrer que cette série est convergente.
- 2°) En écrivant le terme général  $u_n$  comme une somme de 4 termes, calculer  $S_N$  (la somme partielle de rang  $N$ ,  $N \geq 1$ ).
- 3°) Calculer la somme de la série en utilisant le résultat de la question 2°).

\*\*\*\*\*