

MVA101 - Devoir n°2
à rendre avant le lundi 16 novembre 2009

Important : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM dans le premier devoir que vous rendez.

MVA101	Devoir n° . . .
Votre nom et prénom : . . .	Votre n° de carte CNAM : . . . (6 chiffres)
Votre groupe d'ED : . . . (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant ED: . . .

Exercice 1

Soit la suite de fonctions f_n définies sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$f_n(x) = n \sin x \cos^n x$$

1. Étudier la convergence simple de la suite de fonctions (f_n) .
2. L'entier n étant fixé, calculer le tableau de variation de $f_n(x)$ puis déterminer M_n , le maximum de $|f_n(x)|$ sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Étudier la convergence de la suite numérique (M_n) quand n tend vers $+\infty$.
(Indication : on pourra chercher un équivalent de M_n)
4. La convergence de la suite (f_n) est-elle uniforme ?

Exercice 2

On considère l'équation différentielle (E):

$$x y'' + 2 y' - x y = 4 - x \quad (\text{E})$$

On cherche les solutions de (E) qui sont développables en série entière au voisinage de 0.

Soit $y = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ une telle solution.

1. Par quelle relation de récurrence sont liés les coefficients a_n d'une série solution ?
2. Que vaut a_1 ?
3. Quel est le rayon de convergence d'une série solution ?
4. Déterminer les séries entières solutions en fonction de a_0 et calculer leur somme.
5. Préciser la solution telle que $y(0) = 1$.

* * * * *