Primitives usuelles

I Polynômes et fractions simples

Fonction		Primitive	Intervalles
$(x-x_0)^n$	$x_0 \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\dfrac{(x-x_0)^{n+1}}{n+1}$	$n \in \mathbb{N}$: $x \in \mathbb{R}$ $n \in \mathbb{Z} \setminus (\mathbb{N} \cup \{-1\})$: $x \in \left]-\infty\,;x_0\right[\,,\,\left]x_0\,;+\infty\right[$
$(x-x_0)^\alpha$	$x_0 \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$	$\dfrac{(x-x_0)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$\left]x_0\,;+\infty\right[$
$(x-z_0)^n$	$z_0 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\dfrac{(x-z_0)^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x-a}$	$a \in \mathbb{R}$	$\ln\lvert x-a\rvert$	$\left]-\infty\,;a\right[\,,\,\left]a\,;+\infty\right[$
$\dfrac{1}{x-(a+ib)}$	$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^*$	$\dfrac{1}{2}\ln\left[(x-a)^2+b^2\right] + i\ \mathrm{Arctan}\,\dfrac{x-a}{b}$	$\mathbb{R}$

II Fonctions usuelles

Fonction	Primitive	Intervalles
$\ln x$	$x(\ln x - 1)$	$\left]0\,;+\infty\right[$
$e^{\alpha x}$ $\quad \alpha \in \mathbb{C}^*$	$\dfrac{1}{\alpha}e^{\alpha x}$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x$	$\mathbb{R}$
$\tan x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$	$\left]-\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\mathrm{cotan}\ x$	$\ln\lvert\sin x\rvert$	$\left]k\pi\,;(k+1)\pi\right[$
$\mathrm{sh}\ x$	$\mathrm{ch}\ x$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{ch}\ x$	$\mathrm{sh}\ x$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{th}\ x$	$\ln(\mathrm{ch}\ x)$	$\mathbb{R}$
$\mathrm{coth}\ x$	$\ln\lvert\mathrm{sh}\ x\rvert$	$\left]-\infty\,;0\right[\,,\,\left]0\,;+\infty\right[$

III Puissances et inverses de fonctions usuelles

Fonction	Primitive	Intervalles
$\sin^2 x$	$\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}$	$\mathbb{R}$
$\cos^2 x$	$\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}$	$\mathbb{R}$
$\tan^2 x$	$\tan x - x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi\,;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\text{cotan}^2 x$	$-\text{cotan}\, x - x$	$]\,k\pi\,;(k+1)\pi\,[$
$\text{sh}^2 x$	$\frac{\text{sh}\, 2x}{4}-\frac{x}{2}$	$\mathbb{R}$
$\text{ch}^2 x$	$\frac{\text{sh}\, 2x}{4}+\frac{x}{2}$	$\mathbb{R}$
$\text{th}^2 x$	$x-\text{th}\, x$	$\mathbb{R}$
$\coth^2 x$	$x-\coth x$	$]-\infty\,;0\,[\,,\,]\,0\,;+\infty\,[$
$\frac{1}{\sin x}$	$\ln\left\lvert\tan\frac{x}{2}\right\rvert$	$]\,k\pi\,;(k+1)\pi\,[$
$\frac{1}{\cos x}$	$\ln\left\lvert\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right\rvert$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi\,;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\frac{1}{\text{sh}\, x}$	$\ln\left\lvert\text{th}\,\frac{x}{2}\right\rvert$	$]-\infty\,;0\,[\,,\,]\,0\,;+\infty\,[$
$\frac{1}{\text{ch}\, x}$	$2\,\text{Arctan}\, e^x$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\sin^2 x}=1+\text{cotan}^2 x$	$-\text{cotan}\, x$	$]\,k\pi\,;(k+1)\pi\,[$
$\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$	$\tan x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi\,;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$\frac{1}{\text{sh}^2 x}=\coth^2 x-1$	$-\coth x$	$]-\infty\,;0\,[\,,\,]\,0\,;+\infty\,[$
$\frac{1}{\text{ch}^2 x}=1-\text{th}^2 x$	$\text{th}\, x$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\sin^4 x}$	$-\text{cotan}\, x-\frac{\text{cotan}^3 x}{3}$	$]\,k\pi\,;(k+1)\pi\,[$
$\frac{1}{\cos^4 x}$	$\tan x+\frac{\tan^3 x}{3}$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi\,;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$

IV Fonctions dérivées de fonctions réciproques

Fonction		Primitive	Intervalles
$\dfrac{1}{1+x^2}$		$\operatorname{Arctan} x$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{a^2+x^2}$	$a \in \mathbb{R}^*$	$\dfrac{1}{a} \operatorname{Arctan} \dfrac{x}{a}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{1-x^2}$		$\begin{cases} \operatorname{Argth} x \\ \dfrac{1}{2} \ln \left\lvert \dfrac{1+x}{1-x} \right\rvert \end{cases}$	$\begin{cases}]-1\,;1[\\ ]-\infty\,;-1[\,, \\ ]-1\,;1[\,,\,]1\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{a^2-x^2}$	$a \in \mathbb{R}^*$	$\begin{cases} \dfrac{1}{a} \operatorname{Argth} \dfrac{x}{a} \\ \dfrac{1}{2a} \ln \left\lvert \dfrac{a+x}{a-x} \right\rvert \end{cases}$	$\begin{cases}]-\lvert a\rvert\,;\lvert a\rvert[\\ ]-\infty\,;-\lvert a\rvert[\,, \\ ]-\lvert a\rvert\,;\lvert a\rvert[\,,\,]\lvert a\rvert\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		$\operatorname{Arcsin} x$	$]-1\,;1[$
$\dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$a \in \mathbb{R}^*$	$\operatorname{Arcsin} \dfrac{x}{\lvert a\rvert}$	$]-\lvert a\rvert\,;\lvert a\rvert[$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$		$\operatorname{Argsh} x = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$		$\begin{cases} \operatorname{Argch} x \\ -\operatorname{Argch}(-x) \\ \ln\lvert x+\sqrt{x^2-1}\rvert \end{cases}$	$\begin{cases}]1\,;+\infty[\\ ]-\infty\,;-1[\\ ]-\infty\,;-1[\text{ ou }]1\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+a}}$	$a \in \mathbb{R}^*$	$\ln\lvert x+\sqrt{x^2+a}\rvert$	$\begin{cases} a>0 \ :\ \mathbb{R} \\ a<0 \ : \\ \quad]-\infty\,;-\sqrt{-a}[\\ \quad \text{ou }]\sqrt{a}\,;+\infty[\end{cases}$
$\dfrac{1}{(x^2+1)^2}$		$\dfrac{1}{2} \operatorname{Arctan} x + \dfrac{x}{2(x^2+1)}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{x^2}{(x^2+1)^2}$		$\dfrac{1}{2} \operatorname{Arctan} x - \dfrac{x}{2(x^2+1)}$	$\mathbb{R}$