

## ED 2

# Calcul matriciel

Objectifs :

- savoir effectuer les opérations courantes sur les matrices
- savoir inverser une matrice par la méthode de Gauss

### Ex. 1 : Opérations de base

On considère les matrices et vecteurs et scalaires suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad k = 2$$

Effectuer, lorsque cela est possible, les opérations suivantes :

$A + kB$ ,  $A + C$ ,  $AB$ ,  $BA$ ,  $BC$ ,  $CB$ ,  $CD$ ,  $A\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}A\mathbf{x}$ ,  ${}^t\mathbf{y}A\mathbf{x}$ ,  $D\mathbf{z}$ ,  ${}^tD\mathbf{z}$

### Ex. 2 : Systèmes linéaires et matrices

Réécrire sous forme matricielle les systèmes 4 et 5 de l'ED 1.

### Ex. 3 : Calcul de l'inverse d'une matrice

Inverser, si possible, les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ex. 4 : Puissances d'une matrice**

Calculer les puissances de la matrice  $B$ , puis celles de la matrice  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

**Ex. 5**

On considère les matrice suivantes :

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que  $V$  est inversible et calculer son inverse.
2. Donner, sans calcul, l'inverse de  $W$ .

**Ex. 6**

On considère la matrice suivante :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer les puissances de  $M$ .
2. Calculer  $I - M^3$ , en déduire que  $I - M$  est inversible et donner son inverse.