

Cours 13

Déterminants

• Bases de \mathbb{R}^3

a) Pour quelles valeurs de a et b les trois vecteurs $u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$ et $u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix}$

forment-ils une base de \mathbb{R}^3 ?

b) Même question avec es vecteurs $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ b \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ b \end{pmatrix}$ et $v_3 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$.

• Déterminants d'ordre trois

Calculer les déterminants suivants : $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ et $D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & a-1 \\ 2 & a & 2 \end{vmatrix}$.

• Un déterminant d'ordre quatre

Que vaut $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & -2 \\ 8 & 10 & -11 & 2 \end{vmatrix}$?

• Un système linéaire d'ordre trois

Résoudre le système linéaire suivant
$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 5x + 2y - z = 5 \\ -3x + 4y + 3z = 1. \end{cases}$$

• Un probleme de géométrie

Quelle est l'équation de la parabole qui passe par les points $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$?