



MVA101 – CNAM- Nathalie Zanon
ED 10 : produit de convolution

Exercice 1

Soient f et g les fonctions définies par $f(x) = \exp(-|x|)$ et $g(x) = \sin x$.

A. Les fonctions f , g , $f * f$, $f * g$ sont-elles :

1. dans $L^1(\mathbb{R})$?
2. dans $L^2(\mathbb{R})$?
3. continues ?
4. dérivables ? C^∞ ?
5. bornées ?
6. paires ? impaires ?

B. Calculer $f * f$ et $f * g$

Exercice 2

Déterminer le produit de convolution $f * g$ dans les cas suivants :

1. $f = \sin$ et $g = 1_{[-\pi; \pi]}$
2. $f = \cos \cdot 1_{[-\pi; \pi]}$ et $g = \sin \cdot 1_{[-\pi; \pi]}$
3. $f(x) = \exp(-\lambda x) \cdot 1_{[0; +\infty[}(x)$ et $g(x) = \exp(-\mu x) \cdot 1_{[0; +\infty[}(x)$, où $\lambda > 0$ et $\mu > 0$
4. $f = g = \sin \cdot 1_{[0; 2\pi]}$
5. $f(x) = \sin x \cdot 1_{[0; 2\pi]}(x)$ et $g(x) = x \cdot 1_{[0; 2\pi]}(x)$
6. $f(x) = |\sin x| \cdot 1_{[0; 2\pi]}(x)$ et $g(x) = x \cdot 1_{[0; 2\pi]}(x)$
7. $f(x) = \exp(-\lambda x) \cdot 1_{[0; +\infty[}(x)$ où $\lambda > 0$, et $g(x) = x \cdot 1_{[0; 1]}(x)$
8. $f = g = \exp(-|x|)$
9. $f = 1_{[-a; +a]}$ et $g = 1_{[2a; +3a]}$, où $a > 0$
10. $f(x) = \exp(2x) \cdot 1_{[-3; 1]}(x)$ et $g(x)$

Exercice 3

Etudier la parité d'un produit de convolution en fonction de la parité des deux fonctions convoluées.

Exercice 4

Sachant $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$, calculer le produit de convolution $f * f$ pour $f(x) = e^{-x^2}$

Exercice 5

Calculer $f * f$ pour f définie par $f(x) = \exp(2x) \cdot 1_{[-3; 1]}(x) + \exp(-2x) \cdot 1_{[1; 5]}(x)$