

Devoir n°3

Exercice 1

On considère la courbe définie en coordonnées paramétriques par:

$$(C) \quad \begin{cases} x(t) = \frac{1}{t+1} + \frac{1}{t} \\ y(t) = \frac{1}{t-1} + \frac{1}{t} \end{cases}$$

- 1°) Déterminer le domaine de définition de (C) .
- 2°) Etudier les symétries éventuelles pour réduire le domaine de définition.
- 3°) Calculer les limites aux bornes du domaines.
- 4°) Préciser les branches infinies de (C) .
- 5°) Calculer $x'(t)$, $x''(t)$, $y'(t)$, $y''(t)$.
- 6°) Etudier tous les points remarquables de (C) : extréma, points d'inflexion, points de rebroussement, points double.
- 7°) Dresser le tableau de variation complet de (C) .
- 8°) Tracer le graphe de (C) le plus précisément possible.

Exercice 2

Soit (Γ) la courbe définie en coordonnées polaires par:

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \setminus \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}, r(\theta) = \ln(1 - \cos \theta)$$

- 1°) Démontrer que (Γ) admet un axe de symétrie.
- 2°) Prouver que le domaine d'étude de (Γ) peut se réduire à $I =]0, \pi]$.
- 3°) Etudier les variations de r sur I .
- 4°) Faire les études locales de (Γ) (coordonnées et tangentes). aux voisinages des points $\theta = \frac{\pi}{2}$ et $\theta = \pi$.
- 5°) Calculer $\lim_{\theta \rightarrow 0} (r(\theta))$ puis déterminer une asymptote remarquable.
- 6°) Construire (Γ) complètement.
