

MVA005

Devoir n°3

Tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte.

Exercice 1 Calculer les intégrales suivantes par changement de variable

$$I_1 = \int_1^e \frac{x}{(x^2+1)} dx \quad I_2 = \int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^3} dx$$

Exercice 2 Soit n un entier positif, on pose: $I_n = \int_0^1 x^n \exp(x) dx$

- 1°) Calculer I_0, I_1
- 2°) Démontrer que pour tout n entier positif $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$
- 3°) Calculer alors I_2 et I_3 en utilisant le résultat précédent
- 4°) En déduire $J = \int_0^1 (2x^3 - x^2 + x + 3) \exp(x) dx$

Exercice 3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, là où elles sont dérivables :

- 1°) $f_1(x) = \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$;
- 2°) $f_2(x) = \frac{1 - \cos x - \frac{x^2}{2}}{\sin^2 x - x^2}$;
- 3°) $f_3(x) = \frac{x \sin x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}}$;
- 4°) $f_4(x) = \frac{\sqrt{\sin 2x}}{(2 + \cos x)^2}$;
- 5°) $f_5(x) = \tan(\sin x) - \sin(\tan x)$;
- 6°) $f_6(x) = \sqrt[3]{(x^3 + 2x^2 + x)(\cos(x^2 + 1))}$;
- 7°) $f_7(x) = \sqrt{\sqrt{x^2 + x + 1}}$
