

---

**MVA005****Devoir n°1**

**A rendre en séance d'exercices dirigés,  
au plus tard le 18 novembre 2014**

---

**Exercice 1**

On considère la fonction  $f$  définie par:

$$f(x) = |x| - |x - 1|$$

- 1°) Donner pour chacun des intervalles  $] -\infty; 0]$ ,  $[0; 1]$ ,  $[1; +\infty[$  une expression sans valeur absolue.
- 2°) La fonction  $f$  est-elle continue sur  $\mathbb{R}$  ?
- 3°) Dessiner la courbe représentative de  $f(x)$ .
- 4°) En utilisant la question précédente, discuter graphiquement le nombre de solution de l'équation  $f(x) = m$ , avec  $m$  un nombre entier.
- 5°) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = x^2$ .

**Exercice 2**

On considère la suite réelle définie par:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{1}{u_n}\right), u_0 = \frac{1}{2}$$

- 1°) Montrer par récurrence que cette suite est à termes strictement positifs.
- 2°) On pose  $w_n = \frac{-1 + u_n}{1 + u_n}$ , Trouver une relation entre deux termes consécutifs de la suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . En déduire la limite de  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

\*\*\*\*\*