Devoir 3

à rendre le 6 Janvier 2016

Exercice 1 : On considère la fonction 2π-périodique définie par :

$$f(x) = x, \qquad \text{pour } x \in [-\pi, \pi].$$

1. Déterminer la série de Fourier trigonométriques $S(f)$ de f ;
2. Étudier la convergence de cette série (simple et uniforme) ;
3. Calculer les valeurs des séries numériques :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}, \qquad \text{et} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Exercice 2 : On considère la fonction 2π-périodique définie par :

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \in (-\pi, 0], \\ \sin(x) & \text{pour } x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

1. Déterminer la série de Fourier trigonométriques $S(g)$ de g ;
2. Étudier la convergence de cette série (simple et uniforme) ;
3. Calculer les valeurs des séries numériques :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}, \qquad \text{et} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4n^2-1}.$$

4. En appliquant la Formule de Parseval montrer que :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(4n^2-1)^2} = \frac{\pi^2 - 8}{16}.$$