Cours
d'Analyse Numérique Matricielle
et
d'Optimisation

Philippe Destuynder
Calcul Scientifique CNAM Paris 292 rue saint Martin 75003
mél: destuynd@cnam.fr

30 janvier 2006

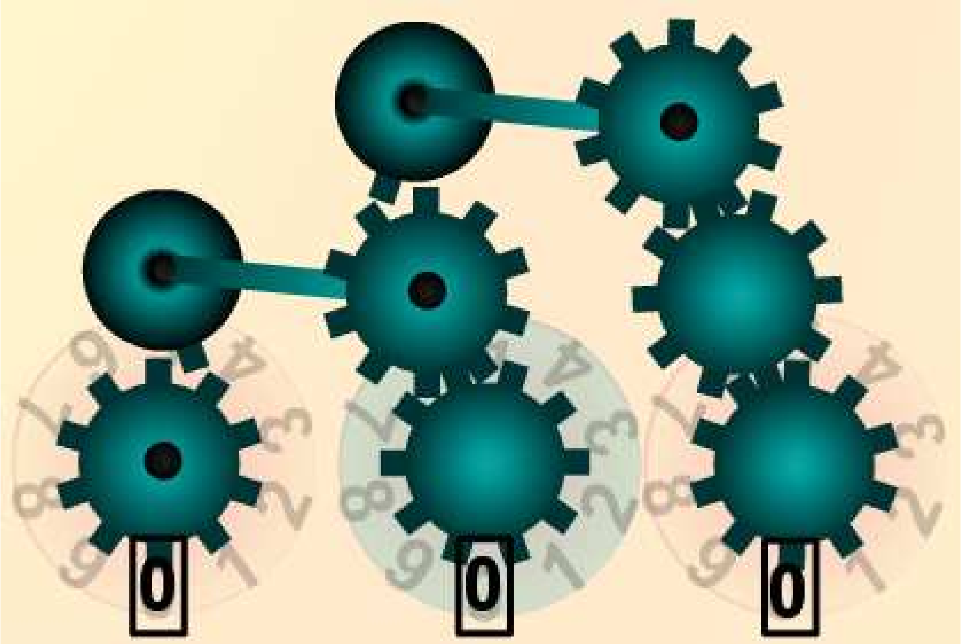

FIG. 1 – Machine à calculer de Blaise Pascal

Table des matières

Introduction

Qu'est-ce que l'analyse numérique ?

Il y a un siècle, les mathématiciens travaillaient à trouver des solutions analytiques aux équations proposées par les physiciens et les mécaniciens. Parfois, la complexité de ces équations était telle, qu'ils mirent beaucoup d'énergie à simplifier ces modèles afin d'en obtenir des plus simples pour lesquels les outils disponibles, en particulier l'analyse complexe, pouvait fonctionner. Ces apports considérables ont constitués le fond de roulement de l'ingénieur de bureau d'étude. Cependant ils se sont vite révélés insuffisants et ce n'est qu'avec l'apparition des premiers calculateurs au milieu du $XX^{\text{ème}}$ siècle, qu'une autre voie beaucoup plus prometteuse et complémentaire, a vu le jour : c'est l'analyse numérique. Les premiers problèmes furent obtenus par discrétisation d'équations aux dérivées partielles en utilisant la célèbre méthode des différences finies. Cela permit de se ramener à la résolution d'un système matriciel. Très vite, les limites de cette méthode sont apparues principalement en raison des géométries complexes, des milieux hétérogènes et des conditions aux limites variées que l'ingénieur souhaitait introduire dans ses modèles. L'arrivée de la méthode des éléments finis a alors apporté une solution efficace et agréable à tous ces problèmes et a transformé tous les modèles d'équations aux dérivées partielles de la physique en systèmes matriciels (linéaires ou non). L'objet de ce cours est de donner les principales méthodes dont dispose le scientifique pour résoudre ces systèmes.