

MVA107 - Devoir n°4

à rendre au plus tard le samedi 14 décembre 2013

Important : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM dans le premier devoir

MVA107	Devoir n° ...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (6 chiffres)
Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant : ...

Exercice 1 Réduction d'une forme quadratique, nature de celle-ci, décomposition en une somme de carrés

L'espace vectoriel \mathbb{R}^3 est rapporté à sa base canonique.

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

- 1°) Déterminer la forme quadratique q sur \mathbb{R}^3 ayant A pour matrice associée.
- 2°) Calculer les valeurs propres de A et en déduire la signature de la forme quadratique.
- 3°) Trouver une base orthonormale de vecteurs propres définissant une matrice de passage P orthogonale.
- 4°) Mettre la forme quadratique sous la forme d'une somme de carrés de formes linéaires linéairement indépendantes.
- 5°) Déterminer le sous-ensemble de \mathbb{R}^3 pour lequel $q(x, y, z) = 0$.

Exercice 2 Espace euclidien

On considère le plan (P) $x - 2y + z = 0$.

- 1°) Déterminer la normale à (P) .
- 2°) Caractériser la projection orthogonale sur (P) .
- 3°) Ecrire la matrice A de cette projection orthogonale sur (P) .