

## MVA107 - Devoir n°3

à rendre au plus tard le samedi 30 novembre 2013

**Important** : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM dans le premier devoir

MVA107	Devoir n° ...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (6 chiffres)
Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant : ...

**Exercice 1**

Dans  $M_3(\mathbb{R})$ , on donne  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

- 1°) Calculer  $A^2$  et  $A^3$ .
- 2°) Démontrer que  $A$  n'est pas inversible.
- 3°) Déterminer les valeurs propres de  $A$  et des vecteurs propres (simples) associés.
- 4°)  $A$  est-elle diagonalisable? Si oui, la diagonaliser.
- 5°) Trigonaliser  $A$  en déterminant une réduite de Jordan associée  $J$ .
- 6°) Calculer  $J^n$  puis  $A^n$ .
- 7°) Résoudre le système aux différences finies  $U_{n+1} = A U_n$

$$\text{avec } U_0 = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Exercice 2**

Dans  $M_3(\mathbb{R})$ , on pose  $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

- 1°) Déterminer le polynôme caractéristique de  $M$ .
- 2°) Ecrire un polynôme annulateur de  $M$ .
- 3°) Déterminer les valeurs propres de  $M$  et des vecteurs propres (simples) associés.
- 4°) Calculer  $M^n, \forall n \in \mathbb{N}$ .