CNAM – *Paris* Septembre 2011

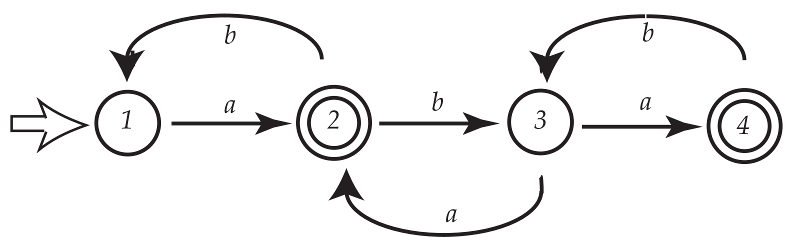
MVA004 - Automates, codes, graphes et matrices - HTO et TO

Deuxième Session - Samedi 10 septembre 2011 - Durée 3h

Tous documents autorisés. Tous appareils électroniques interdits.
Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Exercice 1 (8 points)

On considère sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ l'automate fini $\mathcal{A}$ de diagramme :



1) L'automate est-il déterministe ? Donner la liste de tous les mots de longueur inférieure ou égale à 4 reconnus par $\mathcal{A}$.
2) Ecrire le système du départ de $\mathcal{A}$. En déduire une expression régulière aussi simple que possible du langage L reconnu par $\mathcal{A}$.
3) Construire $\mathcal{B}$, un AFD reconnaissant L.
4) Par la méthode de minimisation de votre choix, construire l'automate minimal qui reconnaît L.

Exercice 2 (8 points)

On considère qu'on possède un canal binaire symétrique sans mémoire de probabilité de mauvaise transmission d'un bit p et un code linéaire et systématique de matrice génératrice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Déterminer les valeurs de n, k et r.
2) Ecrire ${}^tH$ où H est la matrice de contrôle du code.
3) Déterminer la distance minimale du code, en déduire le nombre d'erreurs détectées de façon certaine et le nombre d'erreurs corrigées façon certaine.
4) Le récepteur reçoit le message $m_1 = 10101010$. Vérifier que $e = 00001001$ est l'un des vecteurs d'erreurs possibles. Quelle est sa probabilité ?
5) Le récepteur reçoit le message $m_2 = 11100001$? Quel est son syndrome ? Quel vecteur d'erreur de plus faible poids peut-on lui associer ? Donner une correction possible de m_2.
6) Le récepteur reçoit $m = 1010101011100001$. Quel décodage peut-il faire ?

T.S.V.P.

Exercice 3 (9 points)

On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$

1) Donner une expression régulière des langages suivants :
   - L est le langage des mots contenant un nombre pair de a,
   - M est le langage des mots ne contenant aucune occurrence de ab.
2) Donner une phrase décrivant les mots du langage dont une expression régulière est : $P = (a + ab)^* c$. Déterminer $a^{-1}P$, $b^{-1}P$, $c^{-1}P$ en déduire que l'automate minimal qui reconnaît L possède au moins 4 états.

✯✯✯✯✯✯