MVA107	Devoir n°...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ...
Votre groupe d'ED : ... (*jour, heure, salle*)	Nom de l'enseignant d' ED : ...

MVA107 - Devoir n°4

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et $\mathcal{T}$ est l'ensemble des points (x, y) délimité par les droites $y = 3$, $y = x$ et $y = -x$.

1. Dessiner le triangle $\mathcal{T}$ et calculer $I = \iint_{\mathcal{T}} y\,dxdy$
2. Donner les valeurs de $J = \iint_{\mathcal{T}} dxdy$ et de $K = \iint_{\mathcal{T}} x\,dxdy$ sans calcul (justifier les résultats).

Exercice 2 (d' après avril 2009)

L'espace de dimension 3 est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On note $\vec{V}$ le champ de vecteur qui associe au point M de coordonnées (x, y, z) le vecteur $\vec{V}(M)$:
$V(\vec{M}) = -y\vec{i} + (x + 1)\vec{j} + z\vec{k}$.
On note A le point de coordonnées $(1, 3, 0)$, H le point de coordonnées $(1, 0, 0)$ et C le point de coordonnées $(0, 0, 4)$.

1. Calculer $Rot\vec{V}$ et $div\vec{V}$.
   Le champ de vecteur $\vec{V}$ dérive-t-il d'un potentiel scalaire, d'un potentiel vecteur ?
2. Dans cette question $z = 0$, donc $\vec{V}(M) = -y\vec{i} + (x + 1)\vec{j}$.
   Calculer I_1 la circulation du champ de vecteur $\vec{V}$ le long du segment OA parcouru de O vers A.
   Calculer I_2 la circulation du champ de vecteur $\vec{V}$ le long du segment OH parcouru de O vers H.
   Calculer I_3 la circulation du champ de vecteur $\vec{V}$ le long du segment HA parcouru de H vers A.
3. Dans cette question $z = 0$, donc $\vec{V}(M) = -y\vec{i} + (x + 1)\vec{j}$.
   Ecrire la formule de Green appliquée au champ de vecteur $\vec{V}$ et au triangle OHA. En déduire une relation entre I_1, I_2, I_3 et la valeur de l'intégrale double sur le triangle.
4. (facultatif) On considère la pyramide de base OAH et de hauteur OC . Déterminer le flux total du champ de vecteur $\vec{V}$ sortant des quatre surfaces triangulaires bord de la pyramide en utilisant la formule d'Ostrogradski.
5. (facultatif) Calculer le flux F du champ de vecteur $\vec{V}$ à travers le triangle AHC situé dans le plan d' équation $4x + z = 4$ et de normale orientée vers l' extérieur de la pyramide .