

Important : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM dans le premier devoir que vous rendez.

MVA101	Devoir n° ...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (6 chiffres)
Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant : ...

MVA101 - Devoir n°5
à rendre pour le *mardi 6 janvier 2009*

Exercice 1 Soit la fonction $f(x) = e^{-|x|}$.

- 1°) Calculer sa transformée de Fourier $\hat{f}(y)$.
- 2°) Calculer la transformée de Fourier réciproque de $\hat{f}(y)$.
- 3°) En déduire, pour x réel quelconque, la valeur de l'intégrale : $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(xt)}{1+t^2} dt$.

Exercice 2 On considère la fonction $g(x)$ définie sur $] -\infty; +\infty[$ par :

- $g(x) = 1 - x$ pour $0 \leq x \leq 1$,
- $g(x) = 0$ pour $x \geq 1$,
- $g(x)$ paire.

- 1°) Calculer sa transformée de Fourier $\hat{g}(y)$. Calculer en particulier la valeur $\hat{g}(0)$, et vérifier que $\hat{g}(y)$ est continue pour $y = 0$.
- 2°) Calculer la transformée de Fourier réciproque de $\hat{g}(y)$.
- 3°) Retrouver, à l'aide d'un changement de variable, la valeur de l'intégrale : $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(t)}{t} \right)^2 dt$ (intégrale calculée en cours).
- 4°) En déduire que $g = f * f$ (produit de convolution), où $f(x)$ est une « fonction créneau » définie par :
 - $f(x) = 1$ pour $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$,
 - $f(x) = 0$ pour $|x| > \frac{1}{2}$.
- 5°) [facultatif] En appliquant la formule de Bessel-Parseval, déterminer la valeur de l'intégrale : $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(t)}{t} \right)^4 dt$.

☆☆☆☆☆☆