Important : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM **uniquement** dans le premier devoir que vous rendez.

MVA101	Devoir n° ...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (*6 chiffres*)
Votre groupe d'ED : ... (*jour, heure, salle*)	Nom de l'enseignant : ...

MVA101 - Devoir n°4

à rendre pour le *mardi 16 décembre 2008*

Exercice 1

(a) Rappeler le développement en série entière, au voisinage de 0 de $\arctan x$.
En déduire le développement en série entière, au voisinage de $+\infty$ de $\arctan \frac{1}{p}$.

(b) Que vaut a_n, si l'on note $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n n\,!}{p^{n+1}}$ la série précédente ?

(c) On note $f(t)$ la fonction continue sur $[0, +\infty]$ qui admet $\arctan \frac{1}{p}$ comme transformée de Laplace.
Quel est son développement en série entière au voisinage de $t = 0$?
Vérifier que le rayon de convergence de cette série est infini.

Exercice 2

On cherche les solutions du système différentiel

$$(D) \quad \begin{cases} x'(t) = 3x(t) - y(t) + z(t) \\ y'(t) = 2x(t) - 2z(t) \\ z'(t) = 3x(t) - 3y(t) + z(t) \end{cases}$$

vérifiant les conditions initiales : $x(0) = 1,\ y(0) = -1,\ z(0) = 1$.

Pour cela, on va calculer $X(p), Y(p), Z(p)$, les transformées de Laplace de $x(t), y(t), z(t)$.

(a) Appliquer la transformation de Laplace à chaque équation du système (D) et écrire (L), le système linéaire en $X(p),\ Y(p),\ Z(p)$ ainsi obtenu.

(b) Résoudre le système (L), par une méthode laissée au choix.

(c) Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles $X(p),\ Y(p),\ Z(p)$.

(d) En déduire, $x(t),\ y(t),\ z(t)$.

(e) Vérifier que la solution trouvée satisfait (D) et les conditions initiales.

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆