

Important : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM dans le premier devoir que vous rendez.

MVA101	Devoir n° ...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (6 chiffres)
Votre groupe d'ED : ... (jour, heure, salle)	Nom de l'enseignant : ...

MVA101 - Devoir n°6
à rendre pour le 20 janvier 2009

Exercice 1

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et $N = A - I$, où I est la matrice identité d'ordre 3.

- Calculer N^2 et N^3 . En déduire N^n pour tout n entier naturel.
- Donner une formule exprimant A^n en fonction de I , N et N^2 pour tout n entier naturel.
- Déterminer des nombres a , b et c tels que la matrice $B = aI + bN + cN^2$ vérifie $AB = I$
- En déduire la matrice inverse de A en fonction de I , N et N^2
- Calculer A^{-n} pour tout n entier naturel.
- En déduire A^k , pour k entier relatif quelconque.

Exercice 2

Résoudre les systèmes linéaires suivants par la méthode du pivot de Gauss:

(a)

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 5x + 2y - z = 5 \\ -3x + 4y + 3z = 1 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \\ 3x + 4y - 5z = a \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} x + 2y - mz = 0 \\ x + my - 2z = 0 \end{cases}$$