Important : Remplissez l'en-tête de tous vos devoirs selon le modèle suivant et mettez la photocopie de votre carte CNAM **uniquement** dans le premier devoir que vous rendez.

MVA101	Devoir n° ...
Votre nom et prénom : ...	Votre n° de carte CNAM : ... (*6 chiffres*)
Votre groupe d'ED : ... (*jour, heure, salle*)	Nom de l'enseignant : ...

MVA101 - Devoir n°3

à rendre pour le *mardi 2 décembre 2008*

Exercice 1

On considère la fonction f paire et de période 2, définie sur l'intervalle $[0;1[$ par :

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

(a) Étudier la continuité de la fonction f.

(b) Étudier la dérivabilité de la fonction f.

(c) Est-elle dérivable deux fois ?

(d) Tracer la courbe représentative de f sur $[-3;3]$.

(e) Calculer les coefficients de f et déterminer sa série de Fourier.

(f) Préciser la convergence de cette série en justifiant la réponse.

(g) Calculer $S = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ et $T = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$.

(h) *(Question facultative)* Que dire de la série $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} \frac{\sin n\pi t}{n\pi}$?

Exercice 2

(a) Soit f une fonction de période T et $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$la suite de ses coefficients de Fourier complexes. Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = f(x) - f\left(x - \frac{T}{2}\right)$$

i. Étudier la périodicité de g.

ii. Déterminer les coefficients de Fourier complexes de g notés d_n en fonction des coefficients c_n de f.

(b) On considère la fonction f de période 2 définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in [0;1[\\ 0 & x \in [1;2[\end{cases}$$

Calculer la série de Fourier de f sous sa forme complexe.

(c) En déduire le développement en série de Fourier complexe de la fonction g de période 2 définie par :

$$g(x) = \begin{cases} x & x \in [0;1[\\ 1-x & x \in [1;2[\end{cases}$$

✯✯✯✯✯✯